6.2 Bestimmung von Grenzwerten von Funkionen

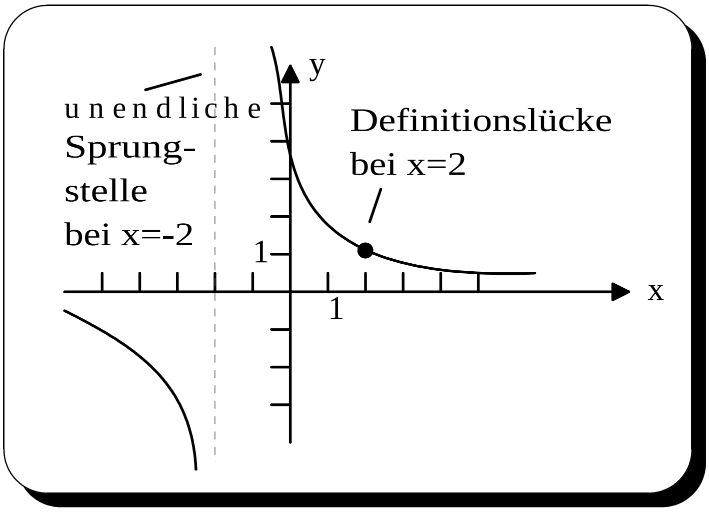
Berechnung von Grenzwerten

Beispiel: $f : x \to \frac{4\cdot x-8}{x^2-4}$
Eine kurze Umformung des Funktionsterms ergibt schnell
$f(x) = \frac{4\cdot(x-2)}{(x+2)\cdot(x-2)} \Rightarrow D_{max} = R\backslash\{-2;+2\}$.
Sinnvollerweise rechnet man mit dem gekürzten Funktionsterm$f(x) = \frac{4\cdot(x-2)}{(x+2)\cdot(x-2)} = \frac{4}{x+2}$ weiter.

Dann ergeben sich folgende Grenzwerte:
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{4}{x+2} = 0$
und
$\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2} \frac{4}{x+2} = 1.$

Bei der Berechnung des Grenzwerts $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$ muss zwischen rechts- und linksseitiger Annäherung unterschieden werden:
rechtsseitige Annäherung: $\lim\limits_{x\to -2+0} f(x) = \lim\limits_{x\to -2+0} \frac{4}{x+2} = +\infty$,
da der Nenner größer als Null ist, aber gegen Null strebt.
Für linksseitige Annäherung erhält man analog
$\lim\limits_{x\to -2-0} f(x) = \lim\limits_{x\to -2-0} \frac{4}{x+2} = -\infty.$
Der Graph weist also an der Stelle x = -2 eine unendliche Sprungstelle auf.

Graph:



Abschnittsweise definierte Funktionen

Gelegentlich sind Funktionen nur abschnittsweise definiert übersichtlich darzustellen.

Beispiel: $f : x \to \frac{2\cdot|x|}{x}$, $D_{max} = R\backslash\{0\}$.

Die Funktionsgleichung wird sehr übersichtlich, wenn man den Funktionsterm abschnittsweise definiert anschreibt:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{für } x > 0 \\ -2 & \text{für } x < 0 \end{cases}.$$

Daraus folgen unmittelbar die Grenzwerte

$\lim\limits_{x\to+0} f(x) = 2$ und $\lim\limits_{x\to-0} f(x) = -2$.

Graph: