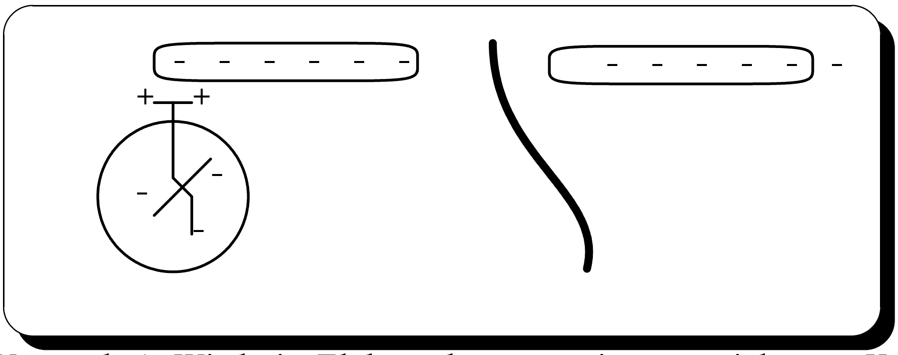
1.1.7 Influenz; Verschiebungsdichte; Grundgleichung des elektrischen Feldes

Grundversuche zur Influenz

Bereits in der Mittelstufe lernt man das Phänomen der Influenz qualitativ kennen. Einige der wesentlichen Versuche sind die folgenden:



Versuch 1: Wird ein Elektroskop von einem geriebenen Kunststoffstab berührt, so schlägt es aus. Ein Ausschlag ist aber auch schon zu beobachten, wenn man den geriebenen Stab nur in die Nähe des Elektroskops bringt; er verschwindet aber wieder, wenn der Stab entfernt wird.
Erklärung: Durch elektrostatische Kräfte werden im Feld des Stabes Ladungen im Elektroskop getrennt. (Durch Berühren des Elektroskops mit einem Leiter während des Näherns des Stabes kann dieses sogar dauerhaft geladen werden, ohne es mit dem Stab zu berühren.)

Versuch 2: Nähert man einem feinen Wasserstrahl einen geladenen Stab, so wird der Wasserstrahl angezogen.
Erklärung: Elektrische Dipole innerhalb der Wassermoleküle werden ausgerichtet, so dass einander anziehende entgegengesetzte Ladungen näher aneinander sind als abstoßende gleichnamige Ladungen; die anziehenden Kräfte überwiegen dann.

Zusammenfassung: Nähert man einem nach außen elektrisch neutralen Körper einen geladenen Körper, so werden auf seine Ladungen Kräfte ausgeübt. Bei Leitern bewirkt dies eine Ladungstrennung, bei Isolatoren ein Ausrichten elektrischer Dipole innerhalb der Moleküle. Die Änderung der Ladungsverteilung auf einem Körper durch Annähern eines geladenen Körpers nennt man Influenz (von influere (lat.) = hineinfließen).

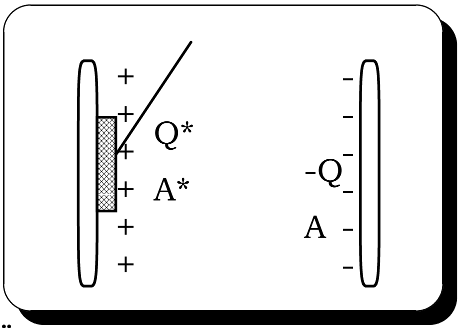
Die Flächenladungsdichte σ

Nach den bisherigen Überlegungen stellt die Einführung des elektrischen Feldes lediglich ein Hilfsmittel dar, um die Wechselwirkungen zwischen elektrischen Ladungen zu beschreiben, wobei das elektrische Feld als

Vermittler der Kraft erscheint, die eine Probeladung Q_p im Feld einer Ladung Q erfährt.

Im weiteren soll die Frage genauer untersucht werden, wie die elektrische Feldstärke E mit den felderzeugenden Ladungen Q und -Q zusammenhängt.

Versuch: Die Innenseite einer geladenen Kondensatorplatte wird mit einer an einem Isolierstiel befestigten Platte der Fläche A* berührt.



Überlegung: Die auf A* sitzende Ladung Q* wird von den Feldkräften so weit wie möglich nach innen gezogen. Sie geht also von der Kondensatorplatte auf die Metallplatte über und kann mit ihr abgehoben werden.

Ergebnisse:

1. Q* = const. auf der Innenseite des Kondensators, d. h. im Bereich des homogenen Feldes sitzt die felderzeugende Ladung überall gleich dicht.
2. Q* ~ A*, dh. h. $\frac{Q^*}{A^*} = \text{const.}$

Der Quotient $\frac{Q^*}{A^*}$ ist ein Maß dafür, wie "dicht" die Ladung auf den Kondensatorplatte sitzt; er heißt "Flächendichte":

Definition: Unter der Flächendichte σ einer über die Fläche A gleichmäßig verteilten Ladung Q versteht man den Quotienten
$\sigma = \frac{Q}{A}$.

Anmerkung:
Die Flächendichte σ ist nur in einem homogenen Feld überall konstant. In einem inhomogenen Feld erhält man lokale Flächendichten durch
$\sigma(r) = \frac{dQ}{dA}$.

Die Flächendichte σ ist auch von der Feldstärke E abhängig:

Versuch: Im Versuchsaufbau wie oben wird bei konstantem Plattenabstand d die Spannung U zwischen den Kondensatorplatten variiert, d. h. die Feldstärke E wird geändert.
Ergebnis: Die Flächenladungsdichte σ ist proportional zur Feldstärke E:
$\sigma \sim E$ bzw. $\sigma = C^* \cdot E$.

Der Wert der Proportionalitätskonstanten kann leicht experimentell ermittelt werden, indem man obige Gleichung nach der Konstanten C* auflöst:
$\frac{Q^*}{A^*} = C * \cdot E = C^* \cdot E = C^* \cdot \frac{U}{d}$ bzw.
$C^* = \frac{Q^* \cdot d}{U \cdot A^*} = \varepsilon_0$!

Dieses Ergebnis ist nicht erstaunlich, da sich aus
$\frac{Q^*}{A^*} = \frac{Q}{A} = \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{d}$
unmittelbar
$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$
herleiten lässt (vgl. 2. Kapitel).

Zusammenfassung: Die Flächendichte σ der felderzeugenden Ladung Q eines homogenen Feldes ist dessen Feldstärke E proportional. Es gilt
$\sigma = \varepsilon \cdot E$ mit $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$.

Anmerkung:
Aus letzter Gleichung wird sofort verständlich, warum beim Auseinanderziehen der Platten eines geladenen, von der Spannungsquelle abgetrennten Kondensators die Spannung zwischen den Platten steigt: Da die Flächenladungsdichte unverändert bleibt (es fließt ja Ladung weder zu noch ab), muss auch die Feldstärke konstant bleiben, d. h. die Erhöhung des Plattenabstands d wird wegen E = U/d durch eine Erhöhung der Spannung U ausgeglichen.

Die Grundgleichung des elektrischen Feldes

Die Erscheinung der Influenz wurde in den ersten Versuchen dieses Kapitels lediglich qualitativ vorgestellt und erklärt. Mit den folgenden Versuchen soll sie auch quantitativ erfasst werden.

Versuch: Zwei "elektrische Löffel" werden in das elektrische Feld eines geladenen Plattenkondensators gebracht, dort getrennt und einzeln herausgeholt. Dann wird die auf jedem Löffel befindliche Ladung gemessen.

Ergebnisse: Unter dem Einfluss des elektrischen Feldes werden die Ladungen getrennt und auf den verschiedenen Löffeln gesammelt. Die influenzierten Ladungen sind entgegensetzt gleich; außerdem trägt jeder Löffel dieselbe Ladung, als wäre er durch direktes Berühren einer Kondensatorplatte geladen worden.

Versuch: Bei gegenüber oben unveränderter Anordnung wird die Feldstärke (durch Ändern der Spannung) variiert.

Ergebnis: Die influenzierte Ladung Q_i auf einem Löffel ist proportional zur Feldstärke E:
$Q_{infl} \sim E$.

Versuch: Bei unverändertem Aufbau stehen Löffelnormale und Feldstärke aufeinander senkrecht.
Ergebnis: Die Platten sind ungeladen.

Die Ergebnisse der letzten Versuch erlauben in Verbindung mit der trivialen Überlegung, dass
$Q_i \sim A_{Löffel}$ bei $E = const.$
gilt, die Folgerungen:
$Q_i \sim A_{Löffel} \cdot E$ bzw. $\frac{Q_i}{A_{Löffel}} = const. \cdot E$.
Der Quotient $\frac{Q_i}{A_{Löffel}} = \frac{Q_i}{A_i}$ heißt Verschiebungsdichte (auch Verschiebung oder elektrische Flussdichte) und wird mit dem Buchstaben D bezeichnet.
Ein Vergleich zwischen D und σ liefert
$D = \frac{Q_i}{A_{Löffel}} = \frac{Q^*}{A^*} = \sigma$,
woraus unmittelbar
$D = \varepsilon \cdot E$ mit $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$
als Grundgleichung des elektrischen Feldes folgt.

Anmerkungen:
1. Die maximale Verschiebung erhält man, wenn Löffelflächennormale und Feldstärke parallel gerichtet sind.
2. Per definitionem stimmt die Richtung der Flussdichte im Vakuum mit der Richtung der Feldstärke überein, d. h. es gilt die Vektorgleichung $\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$.
3. Der D-Vektor wurde aus praktischen, aber keineswegs notwendigen Gründen eingeführt.
4. Die Beziehung $D = \varepsilon \cdot E$ wurde nur für den einfachsten Fall, das homogene Feld des Plattenkondensators, hergeleitet. Sie gilt jedoch - ohne Beweis - auch für beliebige inhomogene Felder. Sie heißt daher auch Grundgleichung des elektrischen Feldes.
5. Im Vakuum oder in Luft vereinfacht sich wegen $\varepsilon_r \approx 1$ ε zu ε_0.

Zusammenfassung: In beliebigen elektrischen Feldern gilt zwischen der elektrischen Flussdichte D und der elektrischen Feldstärke E im Vakuum der Zusammenhang
$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$.
Er heißt Grundgleichung des elektrischen Feldes.

Weitere Anmerkungen:
1. Die Grundgleichung der Elektrostatik besagt, dass die E-Bestimmung nicht nur durch die Kraftwirkung auf eine Probeladung, sondern auch durch die Influenzwirkung des Feldes geschehen kann.
2. Die Messung der Verschiebung D etwa mit Hilfe von Doppelplatten ist häufig wesentlich leichter und genauer durchzuführen als die Potentialmessung oder die Kraftmessung.