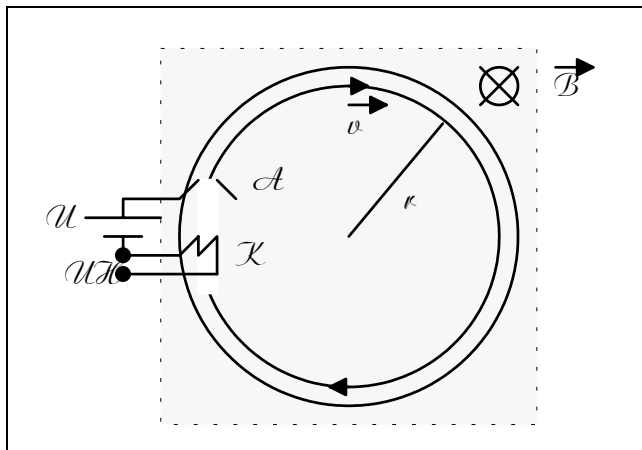


## 1.2.4 Bewegung geladener Teilchen im homogenen Magnetfeld; spezifische Ladung; technische Anwendungen: Zyklotron, Massenspektrograph, MHD-Generator, Geschwindigkeitsfilter

### Die spezifische Ladung des Elektrons

Aufgrund der Auswertung des Millikan-Versuchs ist die Ladung eines Elektrons bekannt. Weiterhin wissen wir z. B. aus Versuchen mit Glühkathodenröhren, dass Elektronen geladene Teilchen mit (noch) unbekannter Masse sind. Diese Masse kann mit Hilfe der Ablenkung von Elektronen in magnetischen Feldern bestimmt werden, wobei zunächst die sog. spezifische Ladung  $\frac{e}{m_e}$  von Elektronen berechnet wird.

Versuch:



Elektronen werden in einer Glühkathodenröhre beschleunigt und treten durch ein Loch in der Anode in den feldfreien Raum hinter der Anode. Die Anordnung befindet sich in einer Glaskugel, die mit Wasserstoff von einigen Torr Druck gefüllt ist. Die bewegten Elektronen regen H-Atome an; beim Rücksprung in den Grundzustand emittieren diese Licht, so dass die Elektronenbahn sichtbar wird. Die Kugel ist von einem sog. Helmholtz-Spulenpaar (Spulenabstand = Spulenradius) umgeben, das ein im Raum zwischen den Spulen homogenes Magnetfeld erzeugt. Einstrahlrichtung der Elektronen und Magnetfeldrichtung stehen senkrecht aufeinander.

Ergebnis: Bei geeigneten Werten von Beschleunigungsspannung U und Induktionsflussdichte B beschreiben die Elektronen eine Kreisbahn.

Die Elektronen erfahren die Lorentzkraft

$$F_L = e \cdot v \cdot B;$$

diese steht stets senkrecht zu v und lässt den Betrag der Kraft unverändert. Unter diesen Bedingungen durchläuft ein Elektron eine Kreisbahn mit  $F_L$  als Zentripetalkraft.

---

Aus der Kreisbewegung lässt sich die spezifische Ladung  $\frac{e}{m}$  folgendermaßen berechnen:

Der Zentripetalkraft  $F_L$  wird durch die Zentrifugalkraft

$$F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

das Gleichgewicht gehalten, so dass gilt:

$$e \cdot v \cdot B = m \frac{v^2}{r} \text{ bzw.}$$

$$v = B \cdot r \cdot \frac{e}{m} \text{ oder } v^2 = B^2 \cdot r^2 \cdot \left(\frac{e}{m}\right)^2.$$

Zur Berechnung von  $\frac{e}{m}$  muss neben der Induktion  $B$  und dem Bahnradius auch die Elektronengeschwindigkeit  $v$  bekannt sein. Diese erhält man aus der Beschleunigungsspannung  $U$  über

$$e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ bzw.}$$

$$v^2 = 2 \cdot U \cdot \frac{e}{m}.$$

Gleichsetzen beider Terme ergibt unmittelbar

$$2 \cdot U \cdot \frac{e}{m} = B^2 \cdot r^2 \cdot \left(\frac{e}{m}\right)^2 \text{ bzw.}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U}{B^2 \cdot r^2}.$$

Dies ist eine Gleichung, die ausschließlich leicht zugängliche Messgrößen enthält. Der Literaturwert für die spezifische Ladung eines ruhenden

Elektrons beträgt

$$\frac{e}{m_0} = 1,75 \cdot 10^{-11} \frac{\text{As}}{\text{kg}}.$$

### Die Elektronenmasse

Aus der bekannten Elektronenladung  $e$  und der nunmehr berechneten spezifischen Elektronenladung  $e/m$  lässt sich unmittelbar die Elektronenmasse berechnen:

$$m_e = \frac{e}{\frac{e}{m}} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{As}}{1,75 \cdot 10^{-11} \frac{\text{As}}{\text{kg}}} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}.$$

Anmerkungen:

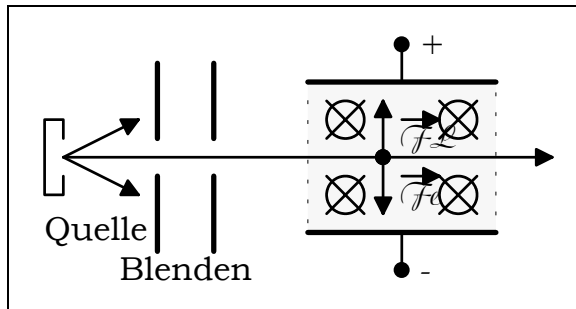
1. Die Masse des Elektrons ist, wie Versuche von Kaufmann (1871 - 1947, dt. Physiker) bereits um 1905 ergeben haben, keine Konstante; sie nimmt vielmehr mit zunehmender Geschwindigkeit ebenfalls zu und stützt damit die Relativitätstheorie Einsteins. Da die Ladung des Elektrons sich dagegen als geschwindigkeitsunabhängig erwiesen hat, nimmt die spezifische Ladung des Elektrons mit zunehmender Geschwindigkeit ab.
2. Dreht man das Fadenstrahlrohr so, dass die Elektronen eine Geschwindigkeitskomponente in Magnetfeldrichtung erhalten, die vom Magnetfeld nicht beeinflusst wird, so ist in diesem Fall die Bahnkurve eine Schraubenlinie.

### Anwendungen

Vor allem in der Mikrophysik werden häufig Teilchen durch Ablenkung in elektrischen und magnetischen Feldern untersucht. Einige Vorrichtungen sollen hier vorgestellt werden:

a) Der Wien-Filter

Der Wien-Filter ist ein Geschwindigkeitsfilter für geladene Teilchen. Er besteht aus gekreuzten homogenen elektrischen und magnetischen Feldern (siehe Skizze).



Taucht ein Schwarm geladener (o. B. d. A.: hier positiver) Teilchen beliebiger Geschwindigkeiten von links in die Vorrichtung ein, so erfahren die einzelnen Teilchen sowohl die elektrische Feldkraft wie auch die Lorentzkraft. Sind beide Kräfte gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet, so verlassen sie das elektromagnetische Feld unabgelenkt. Dann gilt:

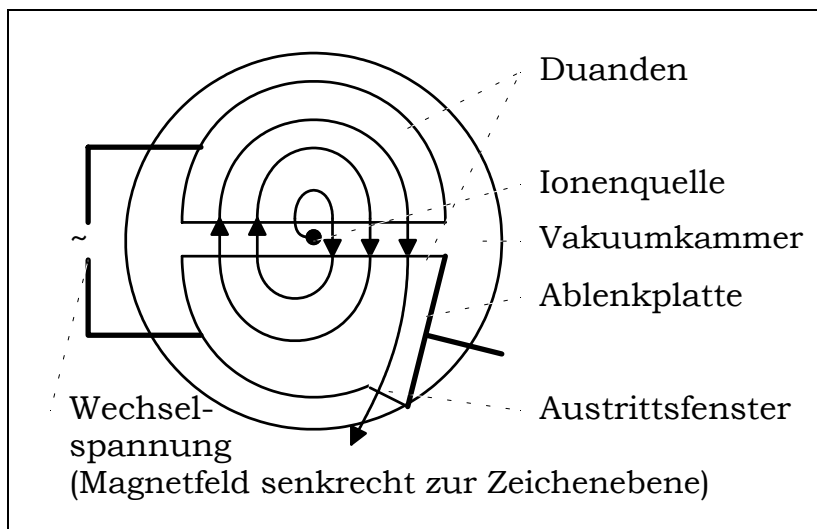
$$F_L = F_e \Leftrightarrow Q \cdot E = Q \cdot v \cdot B \text{ bzw.}$$

$$v = \frac{E}{B}.$$

Es werden also nur Teilchen bestimmter Geschwindigkeit  $v = \frac{E}{B}$  nicht abgelenkt, d. h. wenn am Austrittsende der Vorrichtung eine Blende angebracht ist, treten durch diese nur Teilchen mit bestimmter Geschwindigkeit hindurch.

b) Das Zyklotron

Das Zyklotron ist ein Kreisbeschleuniger für geladene Teilchen. Sein Aufbau ist der nachstehenden Skizze zu entnehmen:



An die beiden hohlen und halbkreisförmigen Elektroden (Duanden) wird eine hochfrequente Wechselspannung angelegt. Die beiden Duanden werden

senkrecht von einem homogenen, konstanten Magnetfeld durchsetzt. Im Zentrum des Beschleunigers befindet sich eine Ionenquelle. Zwischen den Duanden findet jeweils die Beschleunigung solcher Teilchen statt, die "im Tritt" sind, d. h. deren Umlauffrequenz mit der Frequenz der Wechselspannung übereinstimmt. Im Innern der Duanden besteht kein elektrisches Feld (Faraday-Käfig!), so dass dort nur die Lorentzkraft wirkt und die Teilchen auf einer Kreisbahn hält. Mit zunehmender Teilchenenergie nimmt der Radius der Kreisbahn zu. Ist der für die Vorrichtung größtmögliche Radius erreicht, so werden die Teilchen durch eine Elektrode aus dem Beschleuniger gelenkt.

Die Ionen bleiben "im Tritt", solange die relativistische Massenzunahme vernachlässigbar bleibt. Für relativ langsame Teilchen ist nämlich die Umlaufzeit  $T$  von der Teilchengeschwindigkeit  $v$  unabhängig:

$$F_L = F_Z \Leftrightarrow Q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow$$

$$\frac{v}{r} = \frac{Q \cdot B}{m} \text{ bzw. } \frac{r}{v} = \frac{m}{Q \cdot B}.$$

Für die Umlaufzeit  $T$  gilt

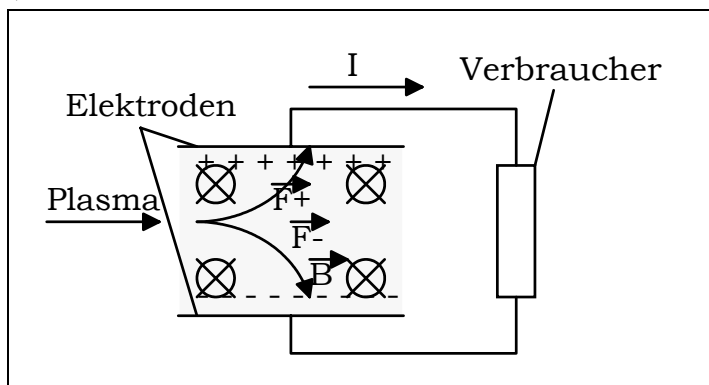
$$v = \frac{s}{t} = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T} \text{ bzw. } T = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v}.$$

Setzt man den Term für  $r/v$  in die letzte Gleichung ein, folgt

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{Q \cdot B}.$$

In dieser Gleichung taucht die Geschwindigkeit  $v$  nicht auf. Die Umlaufzeit  $T$  ist bei konstantem Magnetfeld  $B$  ebenfalls konstant, solange sich  $m$  nicht ändert!

### c) Der MHD-Generator



Ein ionisiertes Gas von einigen 1000 K (Plasma) strömt durch ein senkrecht zur Strömung gerichtetes Magnetfeld. Darin werden die positiven und negativen Ladungsträger durch die Lorentzkraft getrennt und zu den Elektroden abgelenkt. Sind diese durch einen "Verbraucher" miteinander verbunden, dann kann dem Plasma Energie entnommen werden.

Anmerkungen:

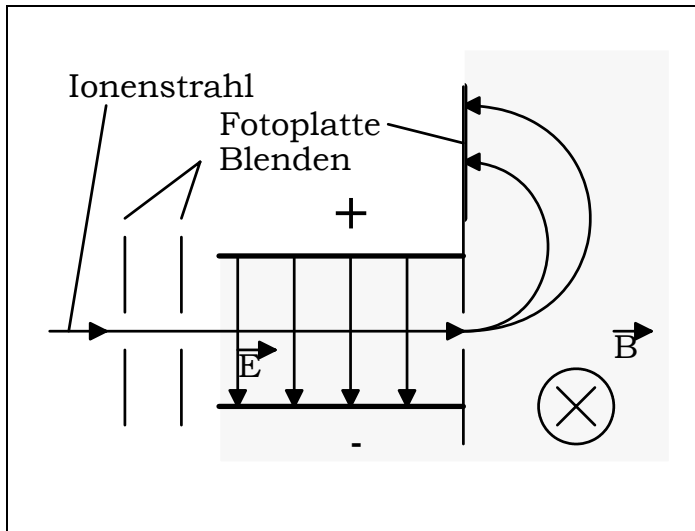
1. Der MHD-Generator ist ein "Direktumwandler"; er wandelt die kinetische Energie der Ladungsträger ohne Zwischenschaltung rotierender mechanischer Teile direkt in elektrische Energie um.
2. MHD-Kraftwerke sind bei einem Wirkungsgrad bis ca. 60 % bei einer Leistung von ca. 25 MW in Betrieb.

3. Bei MHD-Generatoren treten technische Probleme z. B. durch Korrosion infolge der heißen Strömungsgase auf.

d) Das Massenspektrometer

Das Massenspektrometer ist ein Gerät zum Trennen von Teilchen verschiedener Massen, zum Beispiel zur Isotopentrennung.

Prinzip eines einfachen Massenspektrometers:



Zunächst durchlaufen die zu untersuchenden (hier positiven) Teilchen einen Wien-Filter. Aus ihm treten nur Teilchen der Geschwindigkeit  $v = E/B$  unabgelenkt aus. Diese Ionen beschreiben dann im rechten B-Feld eine Kreisbahn, deren Radius leicht zu berechnen ist:

$$F_L = F_Z \Leftrightarrow Q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \text{ bzw.}$$

$$r = \frac{m \cdot v}{Q \cdot B} \text{ oder } \frac{m}{Q} = \frac{r \cdot B}{v}.$$

Ersetzt man die Geschwindigkeit  $v$  durch  $E/B$ , folgt schließlich

$$\frac{m}{Q} = \frac{r \cdot B}{\frac{E}{B}} = \frac{r \cdot B^2}{E},$$

wobei  $r$  aus dem Auftreffort leicht ermittelt werden kann.

Die Teilchenmasse  $m$  ist bei gleichen Ladungen für verschiedene Teilchen proportional zu  $r$ ; auf der Registrierplatte entsteht daher ein Massenspektrum.