
2 Elektromagnetische Schwingungen und Wellen

2.1 Elektromagnetische Schwingungen

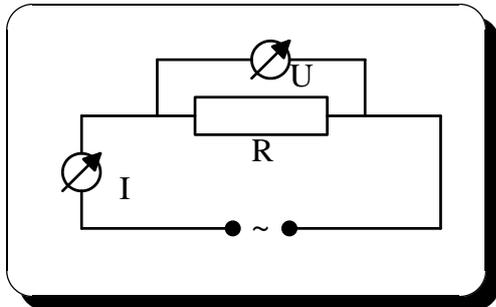
2.1.1 Kapazitiver und induktiver Widerstand

In einem Gleichstromkreis hängt die Stromstärke, sieht man von Ein- und Ausschaltvorgängen ab, nur vom ohmschen Widerstand der Schaltung (und natürlich von der angelegten Spannung) ab. Eine Spule zeigt dabei keine Besonderheit, ein Kondensator dagegen stellt eine Unterbrechungsstelle dar und lässt daher nur einen kurzzeitigen Ladestrom zu.

Bei Ein- und Ausschaltvorgängen spielen dagegen Induktivität und Kapazität eine große Rolle für den Stromverlauf. Es ist daher zu erwarten, dass in Wechselstromkreisen beide den Stromverlauf permanent beeinflussen.

Ohmscher Widerstand im Wechselstromkreis

Versuch:



Ein ohmscher Widerstand R liegt an einer Spannung variabler Stärke. Es werden gleichzeitig die angelegte Spannung und der Strom durch den Widerstand beobachtet.

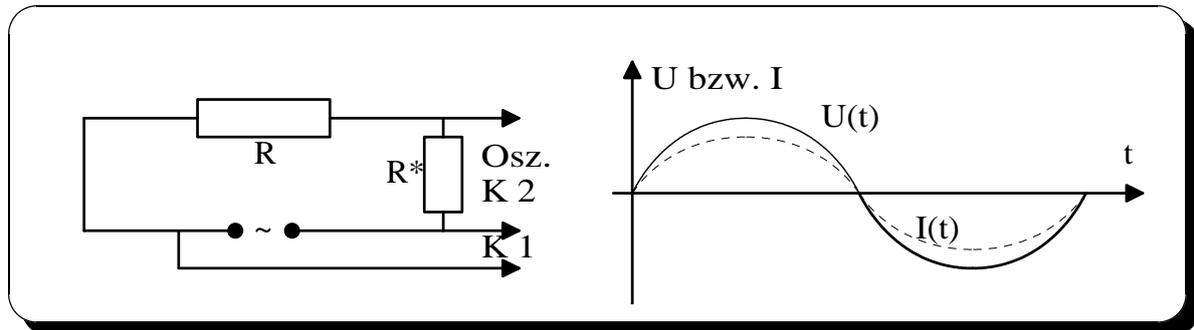
Ergebnis: Stromstärke und Spannung sind in jedem Moment zueinander proportional, d. h. es gilt

$$I(t) = \frac{U(t)}{R}.$$

Diese Beziehung erlaubt es, den zeitlichen Stromverlauf in einem beliebigen Kreis durch den Verlauf des Spannungsabfalls an einem kleinen Widerstand auf einem Oszillographenschirm unmittelbar zu verfolgen.

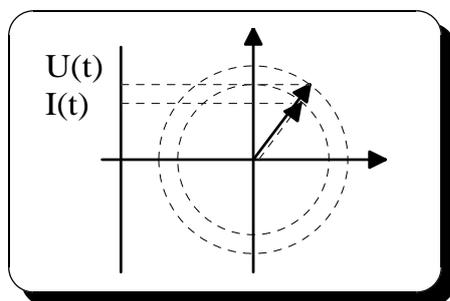
Versuch:

Ein Widerstand R und - zur Strombeobachtung - ein kleiner Widerstand R^* liegen an einer Wechselstromquelle, die eine sinusförmige Wechselspannung liefert.



Ergebnisse: Strom und Spannung sind in Phase, haben also keine Phasenverschiebung gegeneinander. Strom und Spannung sind in jedem Moment proportional zueinander.

Für die zeichnerische Darstellung dieser Beziehung eignet sich besonders das sog. Zeigerdiagramm: Dabei wählt man Zeiger, deren Länge ein Maß für U_0 bzw. I_0 ist. Diese Zeiger kreisen mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f$ um den Mittelpunkt im mathematisch positiven Drehsinn. Den Phasenwinkel $\phi = \omega t$ zählt man vereinbarungsgemäß von der Rechtswertachse aus. Die Momentanwerte $U(t)$ bzw. $I(t)$ ergeben sich in dieser Darstellung als Projektion der entsprechenden Zeiger auf die Hochwertachse.

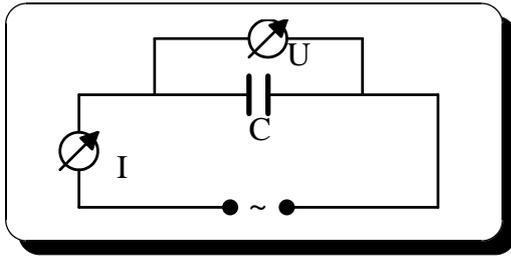


Zusammenfassung: Im rein ohmschen Wechselstromkreis ist die Stromstärke I in jedem Moment proportional der angelegten Spannung U .

Kondensator im Wechselstromkreis

Ein Kondensator sperrt Gleichstrom, stellt also im allgemeinen einen unendlich großen Widerstand dar. Liegt dagegen eine zeitlich veränderliche Spannung an einem Kondensator, so fließt bei jeder Spannungsänderung ein Lade- bzw. Entladestrom.

Versuch: Im Schaltkreis aus Kondensator, Amperemeter und Spannungsquelle (zunächst Gleichspannungsquelle, dann Sinusgenerator) wird jeweils die Stromstärke in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern beobachtet.



Ergebnisse:

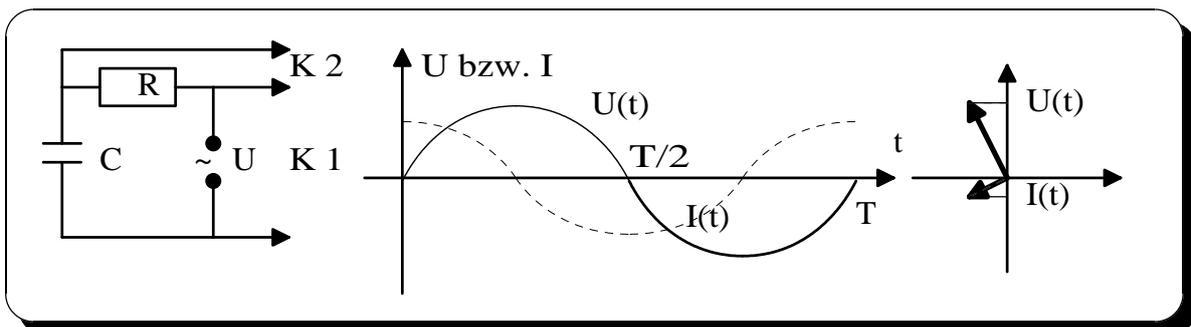
1. Bei variabler Gleichspannung fließt nur während der Spannungsänderung ein Ladestrom. Bei konstanter Gleichspannung fließt kein Strom.
2. Liegt eine Wechselspannung $U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t)$ am Kondensator, so fließt bei konstanten Parametern U_0 , ω und C ein Wechselstrom mit konstantem Effektivwert.
3. Wird nur die Winkelgeschwindigkeit ω variiert, gilt $I_{\text{eff}} \sim \omega$.
4. Wird nur die Kapazität C variiert, gilt $I_{\text{eff}} \sim C$.

Die bisherigen Versuche lassen noch keine Aussage über einen Zusammenhang zwischen den Momentanwerten von Strom und Spannung zu. Diesen Zusammenhang liefert die Auswertung des folgenden Versuchs:

Versuch:

An einem Sinusgenerator liegen in Serie ein Kondensator der Kapazität C und ein (kleiner) ohmscher Widerstand R . Die angelegte Spannung U und der Spannungsabfall U_R am Widerstand (als Maß für den Strom I) werden oszilloskopiert.

Skizze:



Ergebnis: Beide Kurven sind Sinuskurven gleicher Schwingungsdauer; die Stromkurve eilt der Spannungskurve um eine Viertelperiode voraus.

Dieses Ergebnis lässt sich nicht nur durch die Deutung des Stroms als Lade- bzw. Entladestrom qualitativ verstehen (bei voller Spannung kann zum Beispiel kein Strom fließen), sondern auch leicht mathematisch formulieren:

Bei vernachlässigbarem Spannungsabfall am Widerstand R liegt am Kondensator in jedem Moment die Generatorspannung $U(t)$:

$$U(t) = U_C \text{ bzw. } U_0 \cdot \sin(\omega t) = \frac{Q}{C}.$$

Daraus folgt wegen

$$I(t) = \frac{dQ}{dt}$$

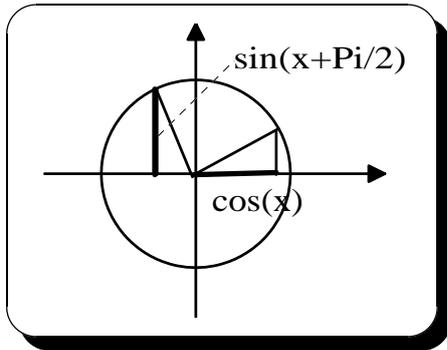
für den Lade- bzw. Entladestrom $I(t)$

$$I(t) = \omega \cdot C \cdot U_0 \cdot \cos(\omega t) \text{ bzw.}$$

$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t) \text{ mit } I_0 = \omega \cdot C \cdot U_0.$$

Verwendet man weiter die bekannte trigonometrische Beziehung

$$\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (vgl. Skizze),}$$



so folgt schließlich

$$I(t) = I_0 \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ mit } I_0 = \omega \cdot C \cdot U_0$$

in Übereinstimmung mit dem experimentellen Ergebnis.

Man erkennt leicht, dass der Quotient aus den Scheitelwerten von Strom und Spannung konstant ist:

$$\frac{U_0}{I_0} = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{1}{\omega C},$$

und nennt ihn "kapazitiven Blindwiderstand R_C ".

Das Wort Blindwiderstand deutet darauf hin, dass in einem Kondensator mit gut isolierendem Dielektrikum keine Wärme entsteht, wengleich er eine strombegrenzende Wirkung im Wechselstromkreis hat.

Zusammenfassung: Legt man eine sinusförmige Wechselspannung an einen Kondensator, so ist der Auf- und Entladestrom ebenfalls sinusförmig. Der Strom eilt der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ in der Phase voraus. Unter dem kapazitiven Blindwiderstand R_C eines Kondensators gegenüber Wechselspannung versteht man den Quotienten $R_C = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}$. Der kapazitive Blindwiderstand eines Kondensators der Kapazität C bei Wechselspannung der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ den Wert $R_C = \frac{1}{\omega C}$.

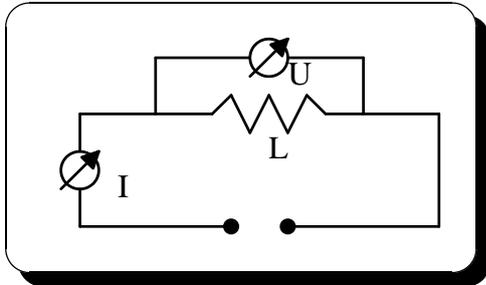
Anmerkungen:

1. Der Term für R_C erklärt nachträglich den Stromanstieg beim Steigen der Kreisfrequenz ω bzw. beim Verwenden größerer Kondensatoren in Wechselstromkreisen.
2. Das Ohmsche Gesetz $U \sim I$ gilt für die Effektivwerte, nicht aber für die Momentanwerte!

Spule im Wechselstromkreis

An den Enden einer Spule entsteht wegen ihrer Induktivität bei einer Änderung der Stromstärke die Induktionsspannung $U = -L \cdot \frac{dI}{dt}$. Ihre Auswirkung bei Wechselspannung an der Spule zeigt der nachfolgende Versuch.

Versuch:



Im obigen Schaltkreis aus Spule, Amperemeter und Spannungsquelle (zunächst Gleichspannungsquelle, dann Sinusgenerator) wird jeweils die Stromstärke in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern beobachtet.

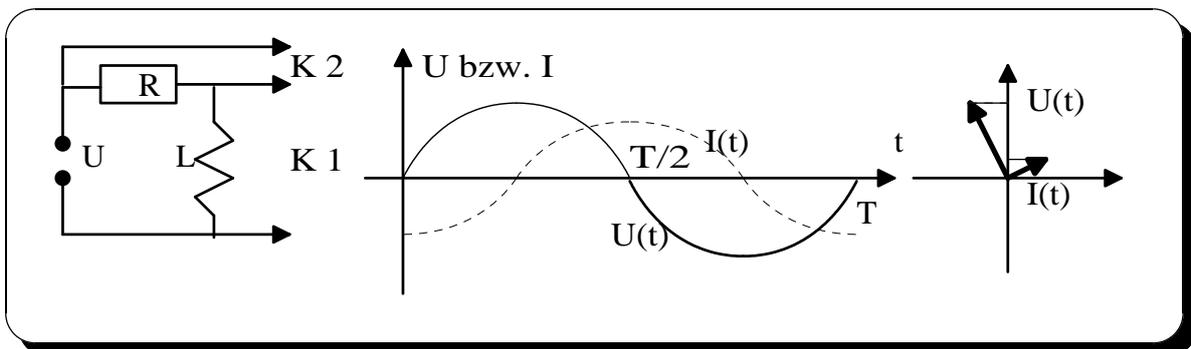
Ergebnisse:

1. Bei konstanter Gleichspannung fließt ein konstanter Gleichstrom, der sich auch bei Variation der Induktivität (durch Einschieben eines Eisenkerns in die Spule) nicht ändert.
2. Liegt eine Wechselspannung $U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t)$ mit gegenüber 1. unverändertem Effektivwert an der Spule, so sinkt die Effektivstromstärke gegenüber 1. ab.
3. Wird nur die Winkelgeschwindigkeit ω variiert, gilt $I_{\text{eff}} \sim \frac{1}{\omega}$.
4. Wird nur die Induktivität L variiert, gilt $I_{\text{eff}} \sim \frac{1}{L}$.

Folgerung: Eine Spule wirkt in einem Wechselstromkreis wie ein zusätzlicher Widerstand.

Der zeitliche Verlauf des Stromes lässt sich mit Hilfe der nachfolgenden Schaltung untersuchen:

Versuch:



An einem Sinusgenerator liegen in Serie eine Spule der Induktivität L und ein (kleiner) ohmscher Widerstand R . Die angelegte Spannung U (bzw. die fast identische Spannung U_L an der Spule und der Spannungsabfall U_R am Widerstand (als Maß für den Strom I) werden oszilloskopiert (vgl. Aufbau wie beim Kondensator im Wechselstromkreis).

Ergebnis: Beide Kurven sind Sinuskurven gleicher Schwingungsdauer; die Stromkurve hinkt der Spannungskurve fast um eine Viertelperiode hinten-nach.

Dieses Ergebnis lässt sich wiederum relativ leicht mathematisch begründen: Am Widerstand R liegt eine Spannung, die gleich der Summe der Spannungen der einzelnen Quellen ist, wobei die Spule aufgrund ihrer Induktivität ebenfalls als Spannungsquelle wirkt:

$$R \cdot I = U(t) + U_{\text{ind}}(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t) - L \cdot \frac{dI}{dt} .$$

Zur Vereinfachung der Rechnung wird zunächst der ohmsche Widerstand der Spule und der Zuleitungen vernachlässigt (ideale Spule):

$$U_0 \cdot \sin(\omega t) - L \cdot \frac{dI}{dt} = 0 \quad \text{bzw.}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{U_0}{L} \cdot \sin(\omega t) .$$

Diese Differentialgleichung für die Stromstärke I wird gelöst durch Integration:

$$I(t) = \int \frac{U_0}{L} \cdot \sin(\omega t) dt = -\frac{U_0}{\omega L} \cdot \cos(\omega t) + \text{const.}$$

Die Randbedingung

$$I(0) = -\frac{U_0}{\omega L}$$

liefert sofort

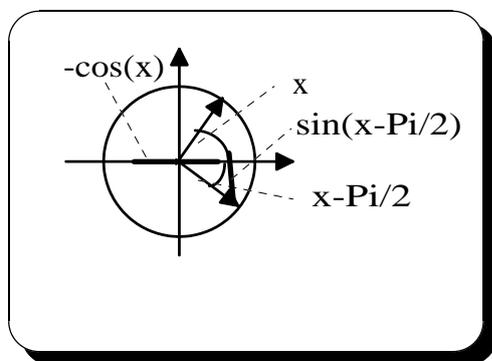
$$\text{const.} = 0, \text{ also}$$

$$I(t) = -\frac{U_0}{\omega L} \cdot \cos(\omega t) .$$

Wieder lässt sich der Kosinusterm in einen Sinusterm umwandeln, wenn man die Beziehung

$$\cos(\omega t) = \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

anwendet (vgl. Skizze).



Dann erhält man schließlich

$$I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \text{ mit } I_0 = \frac{U_0}{\omega L} .$$

Wieder erkennt man leicht, dass der Quotient aus den Scheitelwerten von Strom und Spannung konstant ist:

$$\frac{U_0}{I_0} = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \omega L ,$$

und nennt diesen Quotienten "induktiven Blindwiderstand R_L ".

Zusammenfassung: Legt man eine sinusförmige Wechselspannung an eine Spule, so ist der Strom ebenfalls sinusförmig. Der Strom hinkt der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ in der Phase nach, wenn der ohmsche Widerstand vernachlässigbar ist.

Unter dem induktiven Blindwiderstand R_L einer Spule mit vernachlässigbarem ohmschem Widerstand versteht man den Quotienten $R_L = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}$. Der induktive Blindwiderstand einer Spule der Induktivität L hat bei Wechselspannung der Kreisfrequenz $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ den Wert $R_L = \omega \cdot L$.

Anmerkung:

In einem ohmschen Widerstand geben die Elektronen die vom Feld aufgenommene Energie an die Metallatome ab; diese schwingen stärker: Die Temperatur steigt. Dagegen entsteht weder im kapazitiven noch im induktiven Blindwiderstand Wärme. Vielmehr werden elektrische bzw. magnetische Felder samt ihrer Energie ständig auf- und abgebaut.

This document was created with Win2PDF available at <http://www.win2pdf.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.