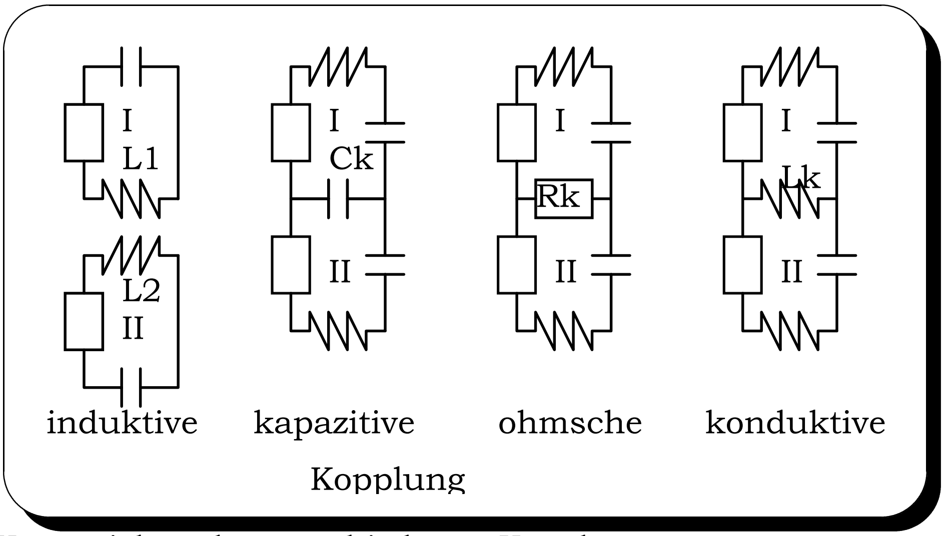
2.1.4 Erzwungene Schwingungen, Resonanz

Kopplung von Schwingkreisen

Bei der Meißnerschen Rückkopplungsschaltung wurden zwei Schwingkreise aneinander gekoppelt, wodurch der Sekundärkreis zu erzwungenen Schwingungen angeregt wurde. Kopplungsglied war dabei das gemeinsame Magnetfeld, das den Sekundärkreis durch Induktion anregte. Diese Kopplungsart heißt induktive Kopplung; daneben gibt es auch kapazitive, ohmsche und konduktive Kopplung (vgl. Skizzen).



Kennzeichen der verschiedenen Kopplungsarten:

1. induktive Kopplung: gemeinsames Magnetfeld
2. kapazitive Kopplung: gemeinsames elektrisches Feld
3. ohmsche Kopplung: gemeinsamer Widerstand
4. konduktive Kopplung: gemeinsame Selbstinduktion

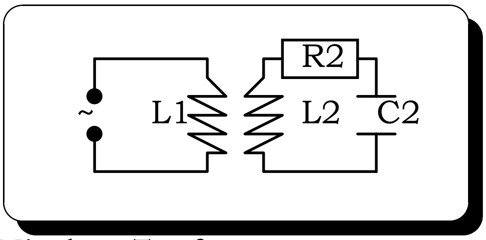
Erzwungene Schwingungen, Resonanz

Die nachfolgenden Versuche beschränken sich auf den Fall, dass der angekoppelte Schwingkreis keine Rückwirkung auf den Erregerkreis hat. Dabei sollen ein mechanisches und ein elektrisches System betrachtet werden.

Versuch: Ein Drehpendel nach Pohl besteht aus einem Schwungrad, das mit dem inneren Ende einer Schneckenfeder verbunden ist. Deren äußeres Ende kann durch eine mit einem Motor verbundene Stange periodisch bewegt werden. Als zusätzliche Dämpfungshilfe lässt sich eine Wirbelstrombremse zuschalten. Die Elongation ist durch den Auslenkwinkel aus der Ruhelage bestimmt. Man beobachtet die Schwingung bei verschiedenen Anregungsfrequenzen und verschiedener Dämpfung.
Die Ergebnisse werden weiter unten genau beschrieben.

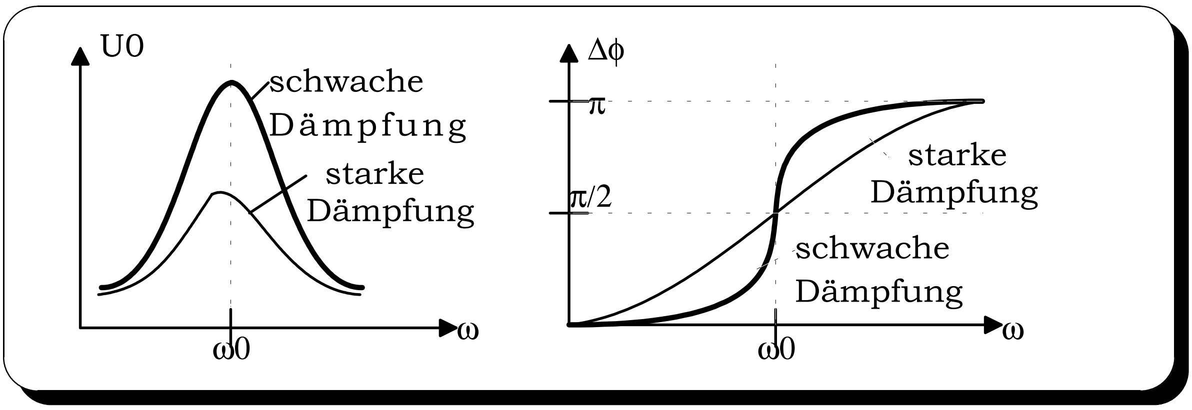
Ein analoger Versuch lässt sich mit elektrischen Schwingungen durchführen:

Versuch:



Mit dem Tonfrequenzgenerator werden in der Spule L_1 Wechselströme der Zwangsfrequenz f_E erzeugt. Induktiv ist ein Schwingkreis aus Kondensator C, Spule L_2 und ohmschem Widerstand R angekoppelt. Mit dem Oszillographen werden die Schwingungen von Primär- und Sekundärkreis untersucht.
Ergebnisse: Die Ergebnisse stimmen mit den beim vorherigen Versuch überein:

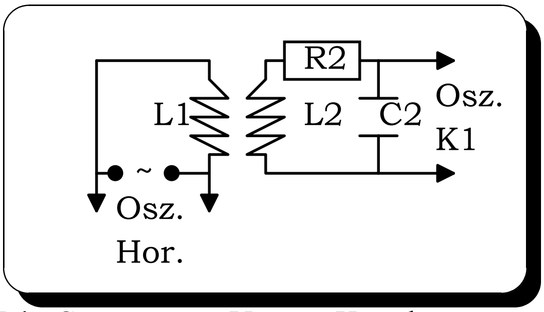
1. Nach einer gewissen Einschwingzeit schwingt das Pendel bzw. der Schwingkreis mit der jeweiligen Erregerfrequenz.
2. Nähert sich die Erregerfrequenz der Eigenfrequenz des Pendels bzw. des Schwingkreises, so steigen die Amplituden stark an und erreichen das Maximum bei Übereinstimmung von Erreger- und Pendelfrequenz (Resonanz).
3. Je stärker die Dämpfung ist, desto schwächer ist das Maximum der Resonanz ausgeprägt; die Resonanzfrequenz sinkt immer weiter unter die Eigenfrequenz der ungedämpften freien Schwingung.
4. Für den Phasenunterschied $\Delta\phi$ zwischen Erregerschwingung und Pendelschwingung gilt:
   $f_E << f_0 => \Delta\phi = 0$, $f_E = f_0 => \Delta\phi = \pi/2$, $f_E >> f_0 => \Delta\phi = \pi$.



Anmerkung:
Die Resonanzkurve lässt sich am Oszillographenschirm direkt mit Hilfe eines sog. Wobbelgenerators verfolgen, dessen Frequenz proportional zu einer von außen angelegten Hilfsspannung vergrößert (gewobbelt) werden kann. Liegt eine Kippspannung am Generator, dann steigt die Frequenz periodisch linear von Null zum Höchstwert an.

Die Phasenlage zwischen Primär- und Sekundärschwingung lässt sich durch sog. Lissajous-Figuren veranschaulichen:

Versuch:



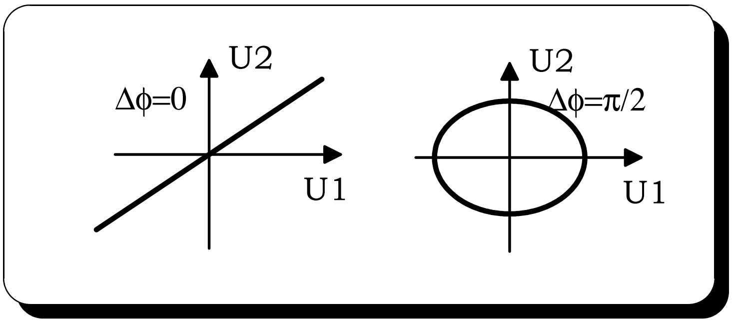
Die Spannung U_2 am Kondensator des angekoppelten Schwingkreises wird dem Kanal 1 des Oszillographen zugeführt, die Erregerspannung U_1 dem Anschluss für die Horizontalablenkung des Oszillographen.
Ergebnisse: Für die Erregerspannung werde in jedem Fall
$U_1(t) = U_{01} \cdot \sin(\omega t)$
angenommen. Dann gelten für U_2 folgende Gleichungen:

1. $f_{err} << f_0 \Rightarrow U_2(t) = U_{02} \cdot \sin(\omega t)$
2. $f_{err} = f_0 \Rightarrow U_2(t) = U_{02} \cdot (-\cos(\omega t))$
3. $f_{err} >> f_0 \Rightarrow U2(t) = U_{02} \cdot (-\sin(\omega t))$.

Es ist leicht zu sehen, dass durch Elimination des Parameters t für Fall 1
$U_2 = \frac{U_{20}}{U_{10}} \cdot U_1$
und für Fall 3
$U_2 = -\frac{U_{20}}{U_{10}} \cdot U_1$,
also in jedem Fall als Bahnkurve eine Gerade folgt.

Für den Resonanzfall werde ohne Beschränkung der Allgemeinheit $U_{20} = U_{10}$ angenommen. Dann lässt sich die Zeitabhängigkeit durch das Quadrieren und Addieren der beiden Spannungsterme ausschalten:
$U_1^2 + U_2^2 = U_{10}^2 \cdot (\sin(\omega t))^2 + U_{10}^2 \cdot (-\cos(\omega t))^2 =$
$= U_{10}^2 \cdot ((\sin(\omega t))^2 + (-\cos(\omega t))^2) = U_{10}^2 = \text{const.}$
Dies ist die Gleichung eines Kreises (im allgemeinen Fall unterschiedlicher Scheitelwerte: einer auf Hauptachsen transformierten Ellipse).

Skizzen:



Anmerkungen:

1. Bei schwacher Dämpfung kann im Resonanzfall die Amplitude so groß werden, dass das schwingende System zerstört wird (Resonanzkatastrophe).
2. Die Unwucht von Rädern macht sich im Resonanzfall deutlich bemerkbar.
3. Stoßdämpfer verhindern das Aufschaukeln von Fahrzeugen zu Schwingungen mit großen Amplituden.
4. Bei Wäscheschleudern sind schwere Betonklötze eingebaut, die eine sehr niedrige Eigenfrequenz bewirken; diese liegt weit unterhalb der Nenndrehzahl der Schleuder, so dass im Schleuderbetrieb keine Resonanzkatastrophe auftreten kann.