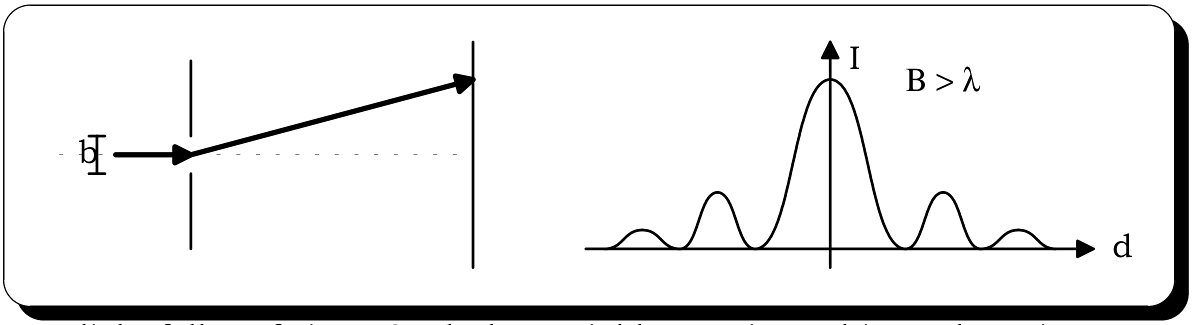
2.2.6 Einfachspalt

Beugung am Einfachspalt

Im folgenden werden die Versuche zur Beugung am Einfachspalt und zur Interferenz am Doppelspalt nochmals aufgegriffen und die Ergebnisse miteinander verglichen.

Versuch:



Laserlicht fällt auf einen Spalt der variablen Breite B, hinter dem ein Auffangschirm steht.
Ergebnis: Bei fortgesetzter Verkleinerung der Spaltbreite löst sich die geometrische Schattengrenze auf; es sind deutliche Beugungserscheinungen feststellbar. Im geometrischen Schattenraum sind zudem Minima festzustellen.
Erklärung:
Die Spaltbreite B beträgt viele Wellenlängen; deshalb muss man sich zwischen den Spaltkanten viele Zentren (z. B. 100) von gleichphasig schwingenden Elementarwellen denken, die hinter dem Spalt interferieren. Wegen des relativ großen Abstandes zwischen Spalt und Schirm interferieren an einem Punkt Wellenstrahlen, die praktisch parallel vom Spalt ausgehen.
Achsenparallele Strahlen haben untereinander den Gangunterschied $\Delta s = 0$, erzeugen also in M ein Maximum.
Wenn die Randstrahlen den Gangunterschied $\Delta s = \lambda$ haben, dann lässt sich das Strahlenbündel in die beiden Hälften (Strahl 1 bis 50, Strahl 51 bis 100) aufteilen. Dann haben der 1. und 51., der 2. und 52. usw. jeweils den Gangunterschied $\Delta s = \lambda/2$, und in der zugehörigen Richtung erhält man ein Minimum.
Ist der Gangunterschied $\Delta s = 2\lambda$, dann lässt sich das Gesamtbündel in insgesamt 4 Teilbündel aufspalten, in denen jeder Strahl einen Partner findet, zu dem er einen Gangunterschied $\Delta s = \lambda/2$ hat; dies führt jeweils zur vollständigen Auslöschung.
Minima am Doppelspalt entstehen also, wenn der Gangunterschied zwischen den Randstrahlen $\Delta s = k \cdot \lambda$ beträgt.
Die Winkel, für die diese Bedingung zutrifft, lassen sich mit Hilfe der folgenden Skizze berechnen:

Bei praktisch parallelem Strahlenverlauf der interferierenden Strahlen gilt für den Gangunterschied Δs der Randstrahlen beim Auftreten eines Minimums

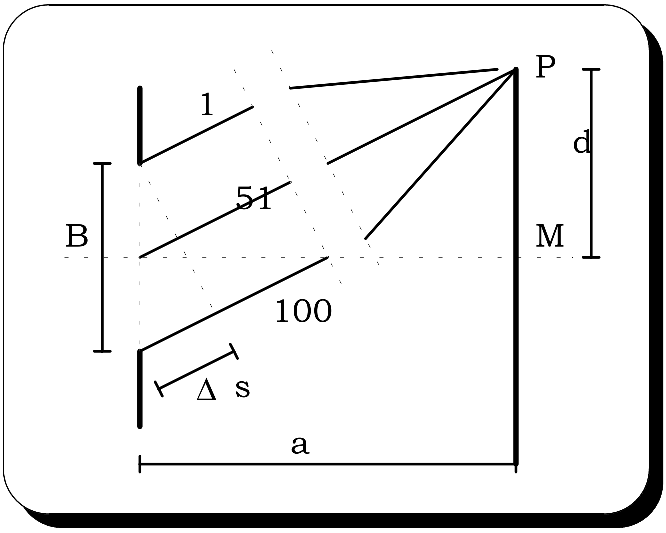
$\frac{\Delta s}{B} = \sin\alpha \Rightarrow \Delta s = B \cdot \sin\alpha$.

Andererseits gilt dann für Δs

$\Delta s = k \cdot \lambda$ ($k \in N$), also

$k \cdot l = B \cdot \sin \alpha$ bzw.

$\sin\alpha = \frac{k \cdot \lambda}{B}$.



Die Ablenkwinkel α sind sehr klein; es lässt sich daher sicher die Kleinwinkelnäherung

$\sin\alpha \approx \tan\alpha = \frac{d}{a}$

anwenden. Dann folgt für die Entfernung d des k-ten Minimums vom Hauptmaximum

$\frac{d}{a} = \frac{k \cdot \lambda}{B} \Rightarrow d = \frac{k \cdot a \cdot \lambda}{B}$.

Anmerkungen:

1. Die Bedingung für das Auftreten eines Minimums am Einfachspalt stimmt formal mit der für das Auftreten eines Maximums am Doppelspalt überein.
2. Zwischen zwei aufeinander folgenden Minima liegt jeweils ein Maximum.

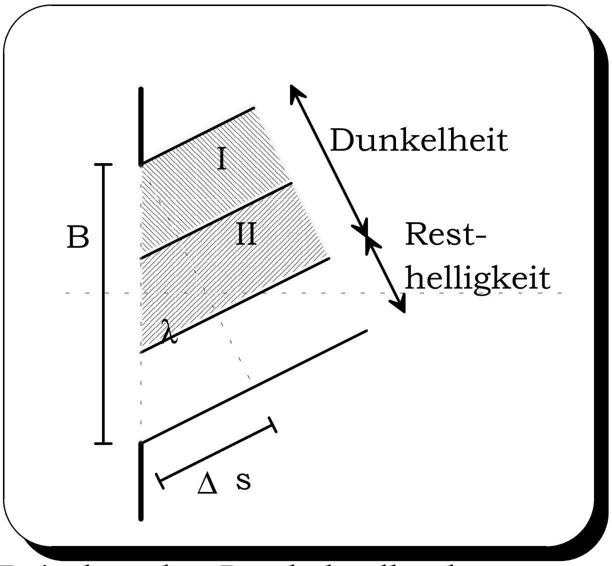
Zusammenfassung: Bei der Beugung von Licht der Wellenlänge λ an einem Einzelspalt der Breite B gilt für die Winkel α_k zu den Minima

$\sin\alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{B},\ k \in N$.

Resthelligkeiten

Zwischen den Dunkelstellen treten mit zunehmendem Ablenkwinkel in der Intensität abnehmende Resthelligkeiten auf. Diese rühren von der Vektorsumme der Amplituden der Elementarwellen unter Berücksichtigung des Gangunterschieds her.

Bei einem Gangunterschied $0 < \Delta s < \lambda$ zwischen den Randstrahlen nimmt die resultierende Amplitude einen von Null verschiedenen Wert an. Bei $\Delta s = \lambda$ ergeben sich die Paare sich gegenseitig auslöschender Wellenstrahlen; daraus folgt ein Minimum.
Bei einem Ablenkwinkel $\lambda < \Delta s < 2\lambda$ lässt sich immer ein Teilbündel abspalten, dessen Wellen sich paarweise ganz auslöschen.



Zwischen den Dunkelstellen kommt es nur zu geringfügigen Resthelligkeiten, die ungefähr in der Mitte zwischen zwei Dunkelstellen ihre maximale Intensität haben. Nebenmaxima treten also näherungsweise für
$\Delta s = (2k - 1) \cdot \frac{\lambda}{2},\ k \in N$,
auf. Bei $\Delta s = \frac{3}{2} \cdot \lambda$ kann man ein sich völlig auslöschendes Teilbündel, bei $\Delta s = \frac{5}{2} \cdot \lambda$ sind es zwei, bei $\Delta s = \frac{7}{2} \cdot \lambda$ drei usw. Das Restbündel umfasst dann nur noch $\frac{1}{3}$ bzw. $\frac{1}{5}$ bzw. $\frac{1}{7}$ aller Elementarwellen; die Intensität der Nebenmaxima muss demnach nach außen immer mehr abnehmen.

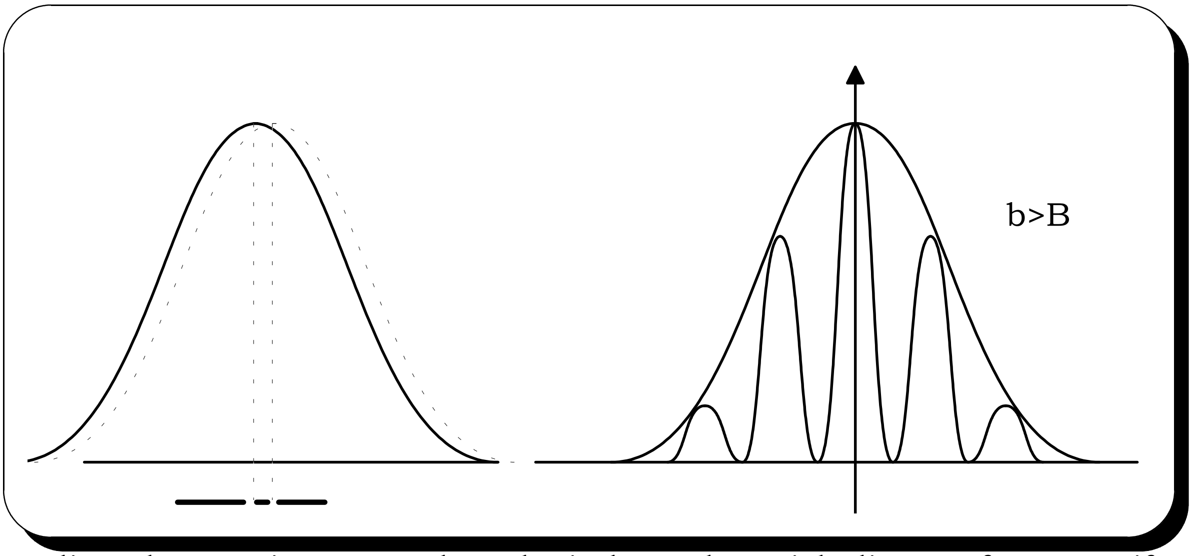
Vergleich zwischen Doppel- und Einfachspalt

Um beim Doppelspaltversuch helle Beugungsbilder zu erhalten, benutzt man meist Öffnungen, deren Breite B sehr viel größer ist als die Lichtwellenlänge λ. Dann muss beachtet werden, dass die beiden Einzelspalte jeweils schon für sich eine Beugungsfigur erzeugen.

Versuch 1:
Ein Doppelspalt wird von Laserlicht beleuchtet; abwechselnd wird je ein Spalt zugedeckt.
Ergebnis: Es entstehen - leicht gegeneinander versetzt - die Interferenzmuster der Einzelspalte.

Versuch 2:
Im vorigen Versuch werden beide Spalte geöffnet.
Ergebnis: Das Einzelspalt-Interferenzmuster ist immer noch zu sehen; aber seine Maxima sind heller geworden und von dunklen Streifen durchzogen:

Man erhält zusätzlich das Interferenzmuster des Doppelspalts, das in ein Einzelspalt-Interferenzmuster eingebettet ist.



Da die Nebenmaxima nur schwach sind, machen sich die Interferenzstreifen des Doppelspaltmusters im wesentlichen nur im Bereich der hellen Mitte bemerkbar.

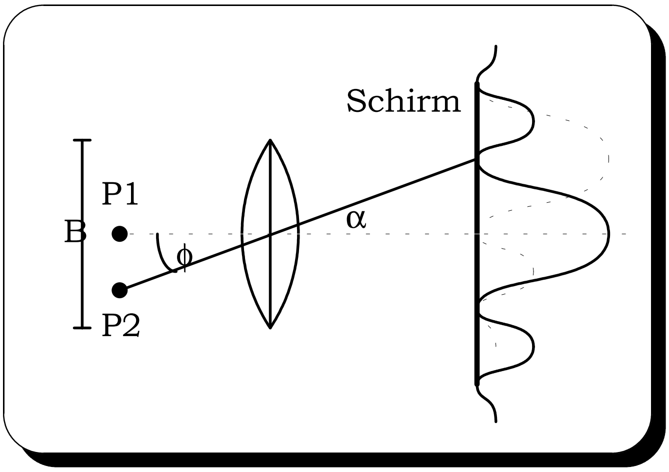
Berechnung der Zahl der vom Doppelspalt erzeugten Interferenzstreifen innerhalb der hellen Mitte des vom Einzelspalt hervorgerufenen Interferenzmusters:
Für den Winkel α_1 zu der ersten die helle Mitte begrenzenden Dunkelstelle gilt
$\sin\alpha_1 = \frac{\lambda}{B}$.
Der Winkel β_k, der zum k-ten Maximum des Doppelspalt-Interferenzmusters führt, erfüllt die Gleichung
$\sin\beta_k = \frac{k\cdot\lambda}{b}$.
Wenn das k-te Maximum noch innerhalb der hellen Mitte liegen soll, muss gelten:
$\sin\beta_k < \sin\alpha_1 \Rightarrow \frac{k\cdot\lambda}{b} < \frac{\lambda}{B} \Rightarrow k < \frac{b}{B}$.
Beispiel: Für $b = 5 \cdot B$ folgt $k < 5$. Innerhalb der hellen Mitte bilden sich also bis zur 4. Ordnung Maxima aus, d. h. es sind dort insgesamt 9 helle und 10 dunkle Interferenzstreifen zu sehen.

Das Auflösungsvermögen optischer Geräte

Die einfachste optische Abbildung eines Gegenstandes erhält man mit der Lochkamera. Mit ihr wird jeder Gegenstandspunkt nahezu in einen Punkt auf der Mattscheibe abgebildet, wenn die Öffnung der Lochkamera hinreichend klein ist.

Versuch: Ein Laserlichtbündel fällt durch eine variable Lochblende auf einen relativ weit entfernten Schirm.

Ergebnis: Mit abnehmender Blendenöffnung wird zunächst das Lochkamerabild tatsächlich schärfer; unterschreitet man jedoch einen bestimmten Lochdurchmesser, so nimmt die Unschärfe wieder zu. Dann macht sich die Beugung störend bemerkbar, und es entsteht ein rotationssymmetrisches Interferenzmuster.
Erklärung: Die Lochblende wirkt wie ein Beugungsspalt. Das Beugungsscheibchen bildet die helle Mitte; es wird vom ersten Minimum in Form eines dunklen Rings begrenzt. Dann folgen nach außen weitere Nebenmaxima und Minima.
Betrachtet man die kreisförmige Öffnung mit dem Durchmesser d als Spalt der Breite B, dann erhält man für den Winkel α_1 zum ersten Minimum
$\alpha_1 \approx \frac{\lambda}{B}$.
Allgemein gilt: Von jedem Punkt wird bei einer optischen Abbildung auf dem Beobachtungsschirm ein Beugungsscheibchen entworfen; zwei solcher Scheibchen - Bildpunkte zweier Gegenstandspunkte P_1 und P_2 - sind gerade dann noch zu unterscheiden, wenn ihre Beugungsscheibchen so liegen, dass die Mitte des einen auf den Rand des anderen fällt. Dies ist genau dann der Fall, wenn der Winkel ϕ zwischen den beiden von den Gegenstandspunkten P_1 und P_2 kommenden Strahlen gleich dem Winkel α_1 ist, der zum ersten dunklen Ring führt; also gilt
$\varphi \approx \frac{\lambda}{B}$.



Zusammenfassung: Zwei Objektpunkte, die von einem optischen Instrument mit dem Durchmesser d getrennt abgebildet werden sollen, müssen so weit auseinander liegen, dass die von ihnen zum Instrument gezogenen Strahlen mindestens den Winkel $\varphi \approx \frac{\lambda}{d}$ bilden.

Anmerkungen:

1. Unter dem Auflösungsvermögen A versteht man den Kehrwert von ϕ.
2. Die Welleneigenschaften setzen dem Auflösungsvermögen aller optischen Instrumente eine natürliche, prinzipiell nicht überschreitbare Grenze, die von der Wellenlänge des benutzten Lichts abhängt.