

2.2.7 Messung der Wellenlänge des Lichts mit dem optischen Gitter; Auflösungsvermögen eines Gitterspektrographen

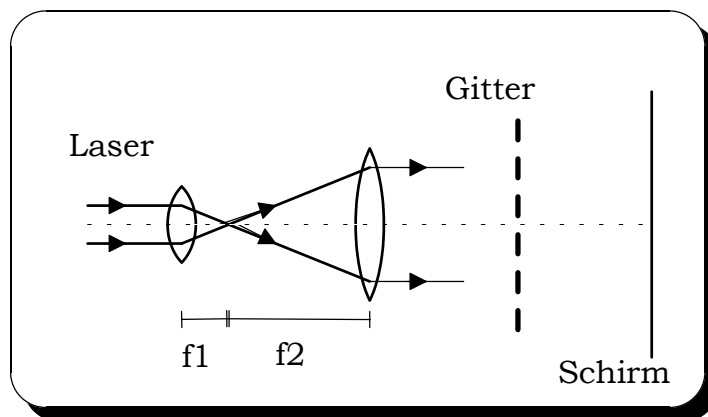
Haupt- und Nebenmaxima am Gitter

Der Doppelspalt hat zwei große Nachteile:

Durch die beiden Spalte geht nur wenig Licht, und die Maxima sind nicht sehr scharf.

Beide Nachteile lassen sich durch Verwendung eines Mehrfachspalts, eines optischen Gitters, beseitigen.

Versuch:



Ein Gitter wird in den aufgeweiteten Strahlengang eines Lasers gebracht, so dass immer mehr Spalte interferieren.

E.: Mit zunehmender Spaltanzahl werden die Interferenzmaxima schärfer und heller; zwischen den scharf begrenzten Interferenzmaxima findet man ausgedehnte Dunkelzonen mit schwachen Nebenmaxima. Die Bedingung für das Auftreten von Helligkeitsmaxima ist für Doppelspalt und Gitter gleich ($\Delta s = k \cdot \lambda = b \cdot \sin \alpha$).

Die Besonderheit des optischen Gitters zeigt sich, wenn man den Raum zwischen zwei Maxima untersucht. Es liegt nahe, alle entsprechenden Wellenstrahlen unter Berücksichtigung ihrer jeweiligen Phasenverschiebung zu untersuchen. Entsprechende Berechnungen mit Computerprogrammen zeigen, dass mit zunehmender Spaltanzahl zunehmend Minima auftreten, die sich mehr und mehr an die Maxima herandrängen und diese dadurch immer schärfer werden lassen. Dazwischen entstehen schwächere Nebenmaxima, deren Intensität mit wachsender Spaltanzahl abnimmt. Bei einem Gitter mit sehr vielen Spalten sind die Hauptmaxima scharf ausgeprägt; dazwischen herrscht praktisch Dunkelheit (vgl. Computerausdrucke!).

Bei einem Gitter mit z. B. 100 Spalten führt ein Gangunterschied

$$\Delta s = k \cdot \lambda$$

zwischen benachbarten Wellenstrahlen zum Hauptmaximum k-ter Ordnung. Dagegen erhält man schon bei einem Gangunterschied

$$\Delta s = k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{100}$$

ein Minimum dicht neben dem Maximum k-ter Ordnung. Dann löschen sich nämlich die vom 1. und 51. Spalt herkommenden Wellenstrahlen aus, da sie einen Gangunterschied

$$\Delta s_{1,51} = 50 \cdot k \cdot \lambda + \frac{50 \cdot k \cdot \lambda}{100} = 50 \cdot k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2}$$

haben. Dasselbe gilt für den 2. und 52., ..., 50. und 100. Strahl, da deren gegenseitiger Gangunterschied jeweils $50 \cdot k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2}$ beträgt.

Auch bei einem etwas größeren Gangunterschied finden sich immer noch viele Paare von Wellenstrahlen, die sich gegenseitig auslöschen. Nur wenige bleiben übrig; daraus resultiert dann die geringe Helligkeit der Nebenmaxima.

Aber schon für

$$\Delta s = k \cdot \lambda + \frac{2 \cdot \lambda}{100}$$

zwischen benachbarten Wellenstrahlen entsteht eine weitere Dunkelstelle; dann löschen sich nämlich der 1. und 26., 2. und 27., ..., 75. und 100. Strahl restlos aus.

Bis das k+1-te Maximum erreicht ist, kommt es also zu weiteren solchen Dunkelstellen, die nur von geringfügigen Resthelligkeiten unterbrochen sind.

Die Schärfe eines Hauptmaximums wird durch die Lage des ersten Minimums bestimmt, das darauf folgt. Verallgemeinert man die obigen Überlegungen auf ein Gitter mit n Spalten, so ergibt sich für das erste Minimum, das auf das Hauptmaximum k-ter Ordnung folgt, der Gangunterschied

$$\Delta s = k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{n}$$

zwischen benachbarten Wellenstrahlen.

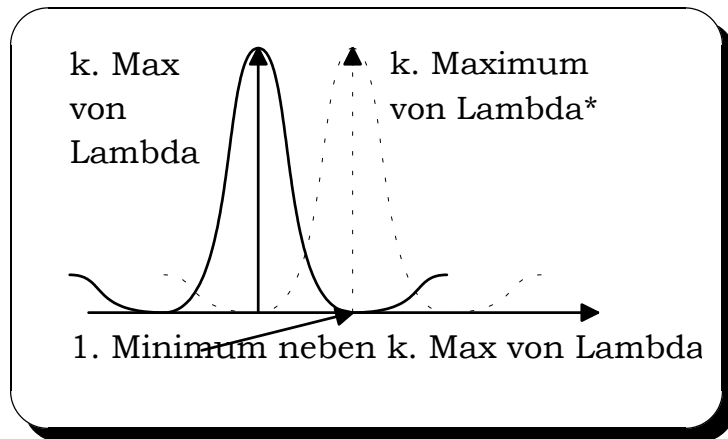
Zusammenfassung: Mit wachsender Anzahl der Spaltöffnungen eines optischen Gitters werden die Hauptmaxima heller und schärfer. Die Helligkeit der Nebenmaxima nimmt dabei immer mehr ab.

Das Auflösungsvermögen eines optischen Gitters

Das Licht der Natriumdampflampe liefert bei der Untersuchung mit einem Gitter eine helle gelbe Spektrallinie. Untersucht man das Licht derselben Lampe mit einem Spektrometer, so erkennt man zwei dicht nebeneinander liegende gelbe Linien: Das zuerst verwendete Gitter hat eine zu geringe Auflösung.

Auch im täglichen Leben erfährt man die begrenzte Auflösung optischer Instrumente: Bei einem nachts sich nähernden Fahrzeug kann zuerst nicht entschieden werden, ob dieses einen oder zwei Scheinwerfer hat.

Verschiedene Spektrallinien können getrennt beobachtet werden, wenn das Maximum k-ter Ordnung der Wellenlänge $\lambda^* = \lambda + \Delta\lambda$ an die Spektrallinie des k-ten Maximums der Wellenlänge λ bis höchstens an dessen erstes Seitenminimum heranrückt. Die zugehörigen Gangunterschiede sind $\Delta s = k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{n}$ für das erste Minimum neben dem Hauptmaximum bzw. $\Delta s^* = k \cdot \lambda^*$ für das Hauptmaximum der Wellenlänge λ^* .



Bedingung für getrennte Wahrnehmung ist

$\Delta s^* \geq \Delta s$, also

$k \cdot \lambda^* \geq k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{n}$ bzw.

$k \cdot (\lambda^* - \lambda) \geq \frac{\lambda}{n}$ oder

$k \cdot \Delta\lambda \geq \frac{\lambda}{n}$.

Der Quotient $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ heißt Auflösungsvermögen. Für das optische Gitter gilt für das Auflösungsvermögen nach der letzten Gleichung

$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \leq k \cdot n$.

Demnach können zwei vom optischen Gitter auflösbare Spektrallinien um so dichter beieinander liegen, je höher die Ordnung k und je größer die Zahl n der ausgenutzten Gitterspalte ist.

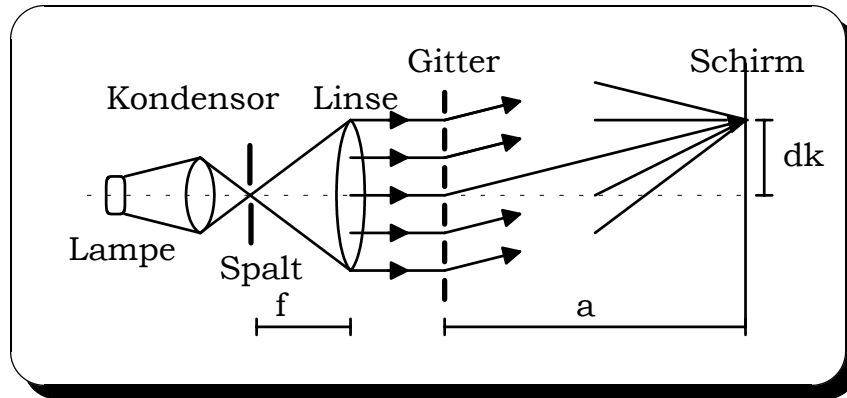
Zusammenfassung: Das Auflösungsvermögen eines optischen Gitters ist bestimmt durch die Ordnung k der aufzulösenden Spektrallinien und die benutzte Spaltanzahl n : $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \leq k \cdot n$.

Messung der Wellenlänge mit dem optischen Gitter

Das optische Gitter eignet sich besonders gut zur Wellenlängenbestimmung, da die Maxima sehr hell und scharf sind.

Versuch:

Das Licht einer Hg-Dampfampe wird durch einen Kondensator auf einen Spalt gebündelt. Mit einer weiteren Linse wird der Spalt auf einen entfernten Schirm abgebildet. Das Lichtbündel ist dann annähernd parallel. Hinter die Linse wird ein Gitter gebracht.



Ergebnis: Auf dem Schirm entsteht ein System schmaler verschiedenfarbiger Interferenzmaxima, ein Spektrum. Die Linien heißen auch Spektrallinien.

Auswertung: Aus der Lage der Spektrallinien lässt sich leicht deren Wellenlänge mit Hilfe der Gleichung

$$k \cdot \lambda = b \cdot \sin a_k \Rightarrow \lambda = \frac{b \cdot \sin a_k}{k}$$

berechnen.

Da die Ablenkwinkel relativ klein sind, lässt sich auch die Kleinwinkelnäherung

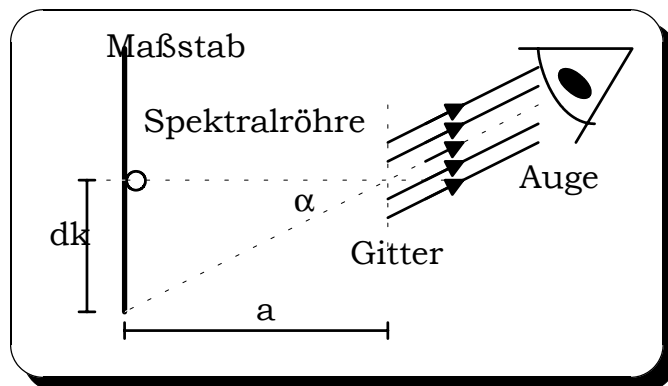
$$\sin a_k \approx \tan a_k = \frac{d_k}{a}$$

verwenden. Dann folgt für die Wellenlänge λ

$$\lambda = \frac{b \cdot k_k}{k \cdot a}$$

Die Wellenlänge eines Linienspektrum lässt sich auch mit ganz einfachen Mitteln bestimmen.

Versuch:



Vor einem horizontalen Maßstab steht senkrecht dazu eine gasgefüllte Kapillare. Die Lichtquelle ist so dünn, dass sie die Kohärenzbedingung erfüllt. Vor der Kapillare steht ein Gitter.

Ergebnis: Blickt man durch das Gitter auf die Kapillare, dann sieht man vor dem Maßstab das Spektrum des Füllgases.

Erklärung: Die zum k -ten Maximum einer Linie verlassen das Gitter unter dem Winkel α_k und werden von der Augenlinse auf der Netzhaut gesammelt.

Das Auge verlängert die zu ihm gelangenden Strahlen rückwärts bis zum Maßstab, an dem der Abstand d_k der Spektrallinie von der Kapillare abgelesen werden kann. Aus diesen Daten kann leicht die Wellenlänge der bestrefenden Linie berechnet werden.

Anmerkungen:

1. Mit dem optischen Gitter bzw. dem darauf aufbauenden Gitterspektralapparat lassen sich Wellenlängen von Spektrallinien sehr genau bestimmen.
2. Ein Spektrum entsteht auch bei der Brechung an einem Prisma. Gegenüber dem Prismenspektrum hat das Gitterspektrum den Vorteil, dass die Wellenlängen der einzelnen Linien leicht bestimmt werden können.
3. Beim Gitterspektrum werden Wellen größerer Wellenlänge stärker abgelenkt, beim Prismenspektrum ist es genau umgekehrt.