3 Einführung in die spezielle Relativitätstheorie

3.1 Relativistische Kinematik

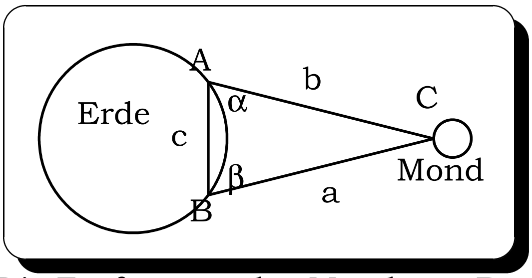
3.1.1 Zurückführung von Längenmessungen auf Zeitmessungen, Echolot und Entfernungsradar; c als Grenzgeschwindigkeit

Die spezielle Relativitätstheorie (im folgenden oft durch SRT abgekürzt) macht über grundlegende physikalische Größen wie Länge, Zeit und Masse neuartige Aussagen. Sie wurde 1905 von Albert Einstein (1879 - 1955, NP 1921) formuliert. Einstein macht darin ungewohnte Aussagen über die Eigenschaften von Zeit und Raum, die erst beim Auftreten hoher Geschwindigkeiten, z. B. im kosmischen Bereich oder bei Experimenten mit Elementarteilchen, eine Rolle spielen.

Problematik der Längenmessung

Messen bedeutet vergleichen mit einer Einheit. Die gebräuchliche Längenmessung geschieht daher durch Vergleich mit einem Längenmaßstab, etwa einem Meterstab, oder durch Beobachtung von Lichtwelleninterferenzen (direkte Methode).

Bei der Messung großer Längen versagen die direkten Methoden. Eine Methode der indirekten Messung z. B. zur Bestimmung der Entfernung Erde - Mond ist die Triangulierung:

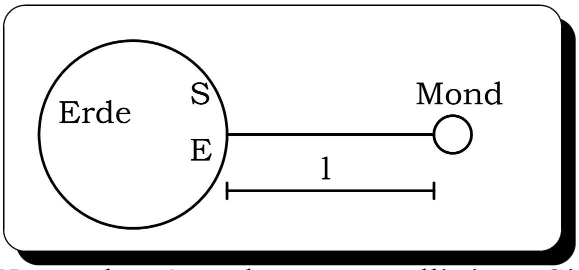


Die Entfernung des Mondes z. B. vom Punkt A erhält man bei bekannter Entfernung c zwischen A und B mit dem Sinussatz durch Messung der Winkel α und β:

$$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin(180^0 - \alpha - \beta)} \Rightarrow b = \sin\beta \cdot \frac{c}{\sin(180^0 - \alpha - \beta)} \quad .$$

Eine andere Methode der indirekten Längenmessung ist die Laufzeitmessung von Signalen:

Ein Signal wird vom Ausgangspunkt zum Ziel geschickt und dort reflektiert. Aus der Laufzeit lässt sich die Entfernung leicht bestimmen (vgl. Skizze):



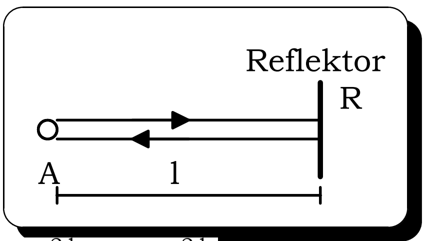
Unter den Annahmen geradlinigen Signalausbreitung und konstanter Signalgeschwindigkeit c folgt
$c = \frac{2 \cdot l}{T} \Rightarrow l = \frac{c \cdot T}{2}$.

Anmerkungen:

1. Die Laufzeitmethode wird beim Echolotverfahren zur Bestimmung von Meerestiefen, zum Aufspüren von Fischschwärmen u. ä. verwendet.
2. Die Radarmessung (meist mit cm-Wellen) ist die wichtigste und genaueste Methode zur Navigation. Elektromagnetische Wellen benötigen zudem kein körperliches Ausbreitungsmedium.

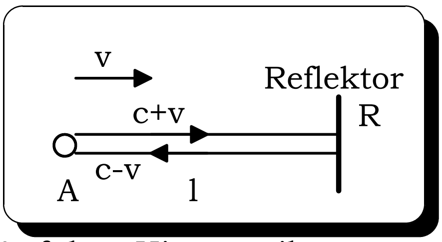
Das Schallradar ist allerdings anfänglich gegenüber Luftbewegungen (Wind). Es sind hierbei 3 Fälle bei der Reflexion an einem Reflektor zu unterscheiden:

a) Windstille (v = 0):



$c = \frac{2 \cdot l}{T} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot l}{c}$.

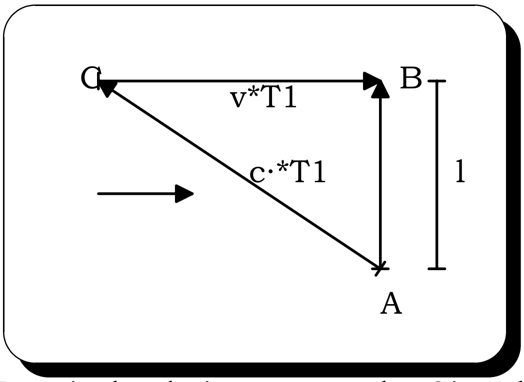
b) Wind weht in bzw. gegen die Messrichtung (v < c):



Auf dem Hinweg gilt
$v_{ges} = c + v = \frac{l}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{l}{c+v}$.
Für den Rückweg gilt analog

$v_{ges} = c - v = \frac{l}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{l}{c-v}$.
Für die Gesamtlaufzeit folgt daraus
$T_{ges} = T_1 + T_2 = \frac{l}{c+v} + \frac{l}{c-v} = \frac{l\cdot(c-v)+l\cdot(c+v)}{(c+v)\cdot(c-v)} = \frac{l\cdot c - l\cdot v + l\cdot c - l\cdot v}{c^2-v^2}$
bzw.
$T_{ges} = \frac{2\cdot l\cdot c}{c^2\cdot\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} = \frac{2\cdot l}{c} \cdot \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$.

c) Seitenwind ($\vec{v} \perp \vec{c}$):



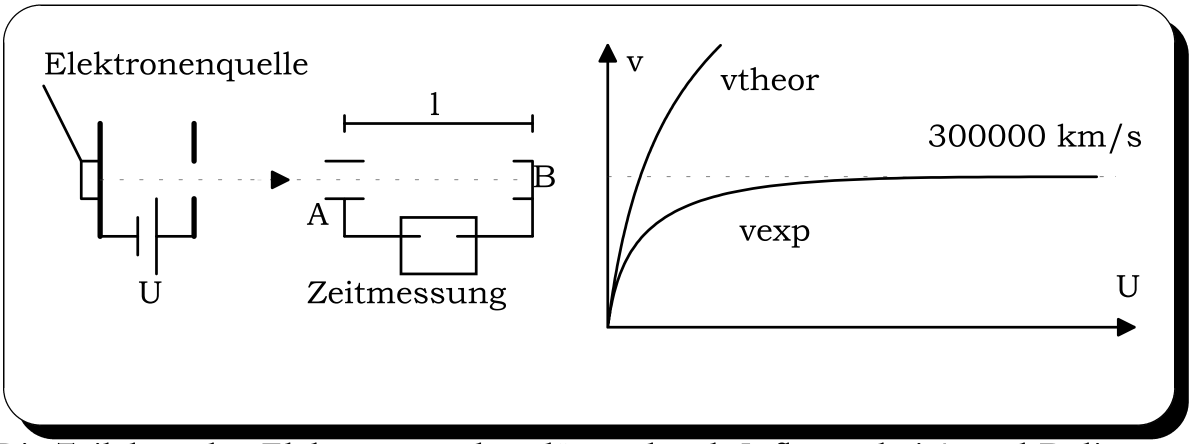
Damit das bei ausgesandte Signal bei B ankommt, muss es wegen der Abdrift in Richtung auf C losgesandt werden bzw. bei Windstille würde es bei C ankommen.
Für die Laufzeit T_1 gilt:
$(c \cdot T_1)^2 - (v \cdot T_1)^2 = l^2$ bzw.
$T_1^2 = \frac{l^2}{c^2-v^2} \Rightarrow T_1 = \frac{l}{\sqrt{c^2-v^2}}$.
Aus Symmetriegründen ist die Laufzeit für den Rückweg genau so lang:
$T_{ges} = \frac{2\cdot l}{\sqrt{c^2-v^2}} = \frac{2\cdot l}{\sqrt{c^2\cdot(1-\frac{v^2}{c^2})}} = \frac{2\cdot l}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

Anmerkung:
Ohne Beweis: Das Schallsignal braucht bei jeder beliebigen Windrichtung länger als bei Windstille, d. h. bei Wind erscheinen alle mit Schallradar gemessen Entfernungen vergrößert.

c als Grenzgeschwindigkeit

Elektronen lassen sich wegen ihrer großen spezifischen Ladung elektrostatische leicht auf sehr hohe Geschwindigkeiten beschleunigen. Nach der Newtonschen Mechanik gilt für zunächst ruhende Elektronen
$\frac{m_e}{2} \cdot v^2 = e \cdot U \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U}{m_e}}$
für die Abhängigkeit der Elektronengeschwindigkeit v von der Beschleunigungsspannung U.

Versuch von Kaufmann (1901):



Die Teilchen des Elektronenpulses lösen durch Influenz bei A und B die Zeitmessung aus. Durch Messung der Erwärmung des Faraday-Bechers B kann die kinetische Energie der ankommenden Elektronen bestimmt werden.

Ergebnisse:

1. Bei zunehmender Beschleunigungsspannung nimmt die Geschwindigkeit nicht unbegrenzt zu, sondern nähert sich asymptotisch einem Grenzwert, der Vakuumlichtgeschwindigkeit c.
2. Die kinetische Energie wird durch $E_{kin} = e \cdot U$ beschrieben.

Zusammenfassung: Die Vakuumlichtgeschwindigkeit c stellt eine obere Grenzgeschwindigkeit für die Bewegung materieller Teilchen dar. Die klassische Beziehung $E_{kin} = \frac{m}{2} \cdot v^2$ ist bei hohen Geschwindigkeiten nicht gültig.