5.1.4 Compton-Effekt

Die elastische Streuung

Trifft eine Lichtwelle auf ein Ensemble von Teilchen (Atome, Moleküle, Staubpartikel usw.), so wird Lichtintensität durch diese Teilchen aus der einfallenden Welle heraus gestreut. Bleibt bei dieser Wechselwirkung die Energie erhalten, so spricht man von elastischer Streuung; nimmt der Stoßpartner keine Energie auf (etwa wegen sehr viel größerer Masse als der des stoßenden Teilchens), dann ist die Frequenz des gestreuten Lichts gleich der Frequenz des einfallenden Lichts.

Die elastische Streuung von Licht ist im Wellenbild leicht einzusehen: Unter dem Einfluss der elektrischen Feldstärke des Lichts (an einem Ort gilt $E(t) = E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$) beginnen die elastisch gebundenen Elektronen zu oszillieren und wirken als Hertzsche Dipole, d. h. jedes Elektron strahlt Licht der gleichen Wellenlänge ab. Die Abstrahlung erfolgt in einem weiten Winkelbereich.

Der Compton-Effekt

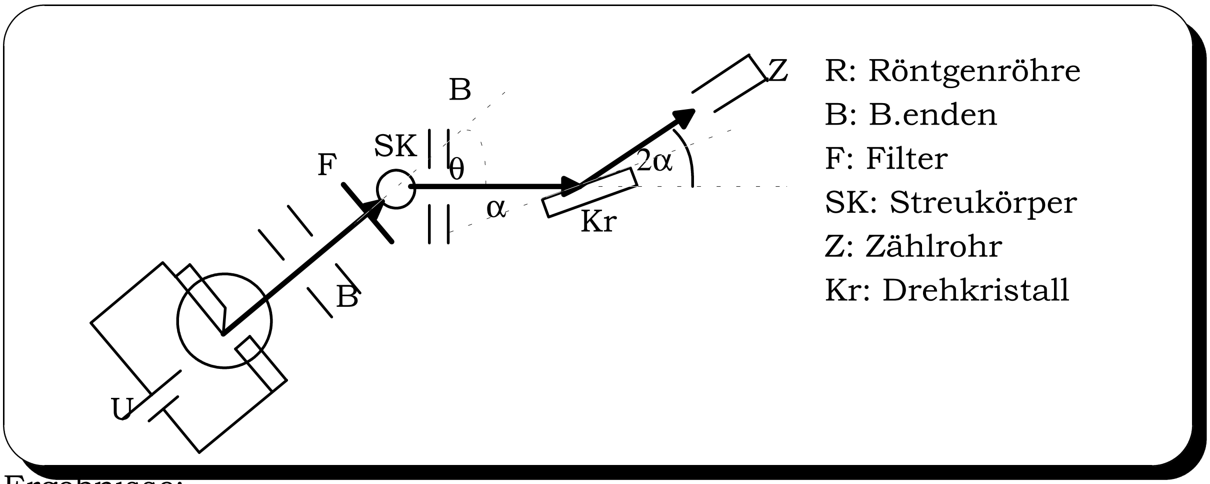
Bei der Wechselwirkung von Röntgenstrahlen mit Materie konnten zwei Streumechanismen beobachtet werden:

1. Bei periodisch angeordneten Streuzentren führt die Überlagerung der vielen gleichfrequenten Sekundärwellen zu den vom Braggschen Versuch her bekannten Interferenzerscheinungen: Maxima bei charakteristischen, durch Wellenlänge und Gitterstruktur bestimmten Streuwinkeln.
2. Es ist aber offenbar ein zweiter Streumechanismus wirksam. Er führt zur Streuung unter allen Winkeln mit größenordnungsmäßig gleicher Intensität.

Artur Holly Compton (1892 - 1962, Nobelpreis 1927) untersuchte 1923, ob Photonen aufgrund ihres Impulses Stöße auf Elektronen ausüben. Dazu ließ er kurzwelliges Röntgenlicht auf Graphit fallen, dessen äußere Elektronen nur schwach gebunden sind (quasi freie Elektronen). Die Streustrahlung wurde mit dem Verfahren von Laue bzw. Bragg (1912 bzw. 1913) genauer analysiert.

Versuchsaufbau von Compton:
Die Strahlung einer Röntgenröhre wird an einem Graphitstück gestreut. Die Streustrahlung gelangt über eine Reihe von Blenden an den Kristall des Röntgenspektrographen, der die Bestimmung der Zählraten mit der Drehkristallmethode nach Bragg erlaubt. Durch Verschiebung und Drehung der Röhre zusammen mit dem Streukörper um eine vertikale Achse kann der

Streuwinkel θ geändert werden, ohne dass die übrigen Teile des Gerätes bewegt werden.



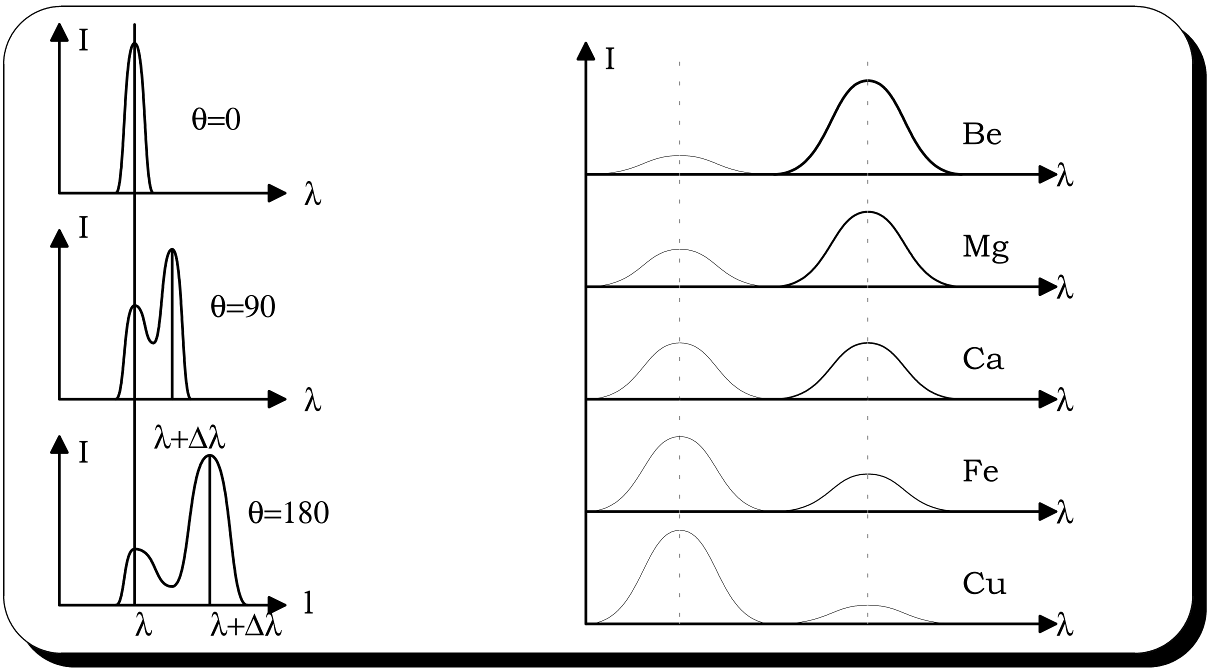
Ergebnisse:
Bei gleichbleibendem Streumaterial gilt für verschiedene Streuwinkel θ:

1. In der Streustrahlung sind sowohl die Wellenlänge λ der Ausgangsstrahlung als auch eine nach der langwelligen Seite hin verschobene Wellenlänge $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ vertreten.
2. Der Unterschied der Wellenlängen nimmt mit zunehmendem Streuwinkel θ zu.
3. Die Intensität der langwelligeren verschobenen Linie nimmt auf Kosten der nichtverschobenen Linie zu.

Für verschiedene Streumaterialien gilt zudem bei festem Streuwinkel:

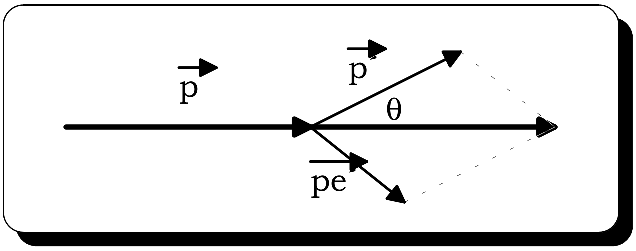
1. Die Wellenlängenzunahme Δλ ist unabhängig von der streuenden Substanz.
2. Mit wachsender Ordnungszahl der Substanz nimmt die Intensität der nichtverschobenen Linie zu.

Skizzen:



Der Compton-Effekt lässt sich leicht erklären, wenn man ihn als elastischen Stoß eines Photons gegen ein zunächst ruhendes quasi freies Elektron auffasst, wenn sich also das Photon wie eine bewegte und das getroffene Elektron wie eine zunächst ruhende Billardkugel verhält. Dann gelten für die beiden "Teilchen" die in der klassischen Physik bewährten Erhaltungssätze für Energie und Impuls. Nach den Vorstellungen von Compton teilt das Photon Energie und Impuls teilweise dem Elektron mit. Sein Energieverlust führt zu einer kleineren Photonenenergie und damit größerer Wellenlänge nach dem "Stoß".

Skizze:



Die Wellenlängenzunahme $\Delta\lambda$ lässt sich folgendermaßen berechnen:
Für Energien und Impulsbeträge von Quant und Elektron vor bzw. nach dem Stoß gelten die Gleichungen

	Quant	Elektron
Energie vor	$W = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$	$W_e = m_e \cdot c^2$
Energie nach	$W' = h \cdot f' = h \cdot \frac{c}{\lambda'}$	$W_e' = m_e' \cdot c^2$
Impuls vor	$p = \frac{W}{c}$	$p_e = m_e \cdot v_e$
Impuls nach	$p' = \frac{W'}{c}$	$p_e' = m_e' \cdot v_e'$

Die Energiebilanz lautet
$W + W_e = W' + W_e'$,
der Impulserhaltungssatz liefert in Verbindung mit dem Kosinussatz
$p_e'^2 = p^2 + p'^2 - 2 \cdot p \cdot p' \cdot \cos\theta$.
Nach Multiplikation mit c^2 und unter Berücksichtigung der obigen Gleichungen erhält man daraus
$p_e'^2 \cdot c^2 = W^2 + W'^2 - 2 \cdot W \cdot W' \cdot \cos\theta$.

Ziel ist eine Beziehung zwischen W und W'; dazu müssen aus den obigen Gleichungen p_e' und W_e' eliminiert werden.

Mit Hilfe der Energie-Impuls-Beziehung zwischen relativistischen Teilchen findet man
$p_e'^2 \cdot c^2 = W_e'^2 - W_e^2$.
Gleichsetzen der rechten Seiten der letzten Gleichungen liefert
$W_e'^2 - W_e^2 = W^2 + W'^2 -2 \cdot W \cdot W' \cdot \cos\theta$.
W_e' kann aus der Energiegleichung zu
$W_e' = W - W' + W_e$

bestimmt werden; setzt man diesen Term quadriert in die letzte Gleichung ein, folgt schließlich
$W_e \cdot W - W_e \cdot W' = W \cdot W' - W \cdot W' \cdot \cos\theta = W \cdot W' \cdot (1 - \cos\theta)$.
Durch Division durch $W \cdot W' \cdot W_e$ erhält man
$\frac{1}{W'} - \frac{1}{W} = \frac{1}{W_e} \cdot (1 - \cos\theta)$.
Setzt man schließlich statt der Energien aus den Ausgangsgleichungen die Wellenlängen ein, folgt für die Wellenlängenänderung
$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos\theta)$.
$\frac{h}{m_e \cdot c}$ ist eine Kombination aus drei universellen Konstanten und hat die Dimension einer Länge. Sie heißt Compton-Wellenlänge λ_c und hat den Wert
$\lambda_c = \frac{h}{m_e \cdot c} = 2{,}42 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}$.
Dann nimmt die Gleichung zur Beschreibung des Compton-Effekts die Form
$\Delta\lambda = \lambda_c \cdot (1 - \cos\theta)$
an.

Anmerkungen:

1. Die Wellenlängenänderung $\Delta\lambda$ ist unabhängig von der Wellenlänge λ des einfallenden Röntgenlichts. Bei einem Streuwinkel $\theta = 90^0$ ist die Wellenlängenzunahme $\Delta\lambda$ gleich der Comptonwellenlänge λ_c. Die maximale Wellenlängenzunahme $\Delta\lambda_{max}$ erhält man bei einem Ablenkwinkel $\theta = 180^0$; sie ist gleich der doppelten Comptonwellenlänge.
2. Zwar ist die Wellenlängenänderung $\Delta\lambda$ von λ unabhängig, doch ist unmittelbar einzusehen, dass die relative Wellenlängenänderung $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ um so größer ist, je kleiner λ ist. Man verwendet daher, um den Compton-Effekt deutlich in Erscheinung treten zu lassen, kurzwelliges Röntgenlicht.
3. Für die Energie von Quanten mit der Compton-Wellenlänge λ_c gilt
   $W = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda_c} = m_e \cdot c^2$.
   Derartige Quanten haben also dieselbe Energie wie ruhende Elektronen.
4. Die Ergebnisse der Modellrechnung stimmen sowohl in Bezug auf die Winkelabhängigkeit als auch der Werte von $\Delta\lambda$ ausgezeichnet mit den experimentellen Befunden überein und bestätigen damit die Photonenvorstellung des Lichts.
5. Mit den Grundannahmen lässt sich auch das Verhältnis der Intensitäten der verschobenen und der nicht verschobenen Linie in Abhängigkeit von der Atommasse bzw. der Ordnungszahl erklären: In leichten Atomen sind alle Elektronen, in schweren dagegen nur die äußeren Elektronen schwach gebunden. Der Anteil der Stöße an quasi freien Elektronen muss daher mit wachsender Ordnungszahl abnehmen.

Zusammenfassung: Beim Comptoneffekt stößt ein Photon kurzwelligen Lichts (Röntgen- oder Gammastrahlung) ein Elektron frei. Für das Photon sind alle Streuwinkel möglich; seine Energie und seine Frequenz sind nach dem Stoß kleiner als vorher. Die Wellenlängenänderung $\Delta\lambda$ wird durch $\Delta\lambda = \lambda_c \cdot (1 - \cos\theta)$ mit $\lambda_c = \frac{h}{m_e \cdot c}$ beschrieben.