5.1.5 Teilchenstrahlinterferenz; Elektronenbeugung; de-Broglie-Wellenlänge; Unabhängigkeit der Elementarladung von ihrer Geschwindigkeit

Materiewellen

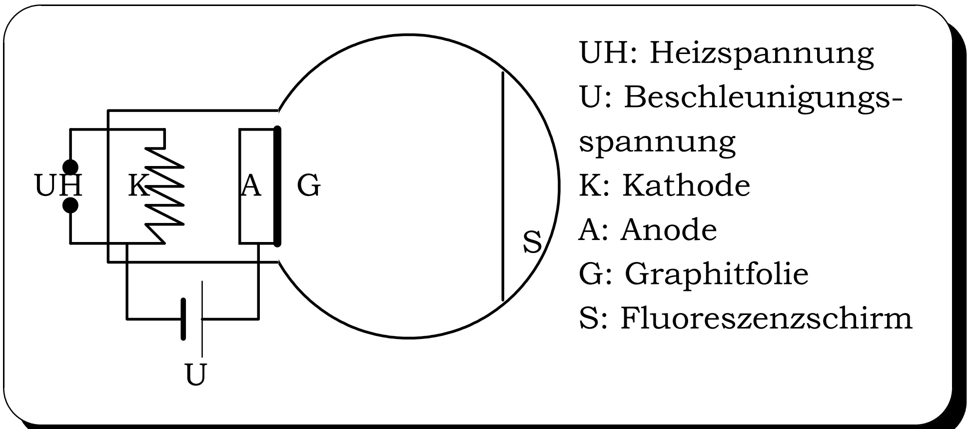
Die Versuche zum Foto- und Comptoneffekt zeigen, dass das Verhalten des Lichts weder durch das Wellen- noch durch das Photonenbild vollständig erklärt werden kann, dass vielmehr beide Modelle nebeneinander gleichberechtigt existieren.

Der französische Prinz Louis de Broglie (NP 1929) erhob 1924 dieses Nebeneinander zum Prinzip und argumentierte so: Die Quanten einer Lichtwelle besitzen Impuls; warum sollte nicht umgekehrt auch den Elektronen und allen materiellen Teilchen mit Impuls eine "Materiewelle" zugeordnet sein?
de Broglie übertrug dazu einfach die Zusammenhänge zwischen Wellenlänge und Impuls von Photonen
$p_{Ph} = \frac{h}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{h}{p_{Ph}} = \frac{h}{m_{Ph} \cdot c}$
auf materielle Teilchen:
$p = \frac{h}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$.

Elektronenbeugung an Kristallgittern

Bereits 1927 lieferten Davisson und Germer den experimentellen Nachweis für die Gültigkeit der Überlegungen von de Broglie durch Elektronenbeugung an Kristallgittern.

Versuch:



In einem evakuierten Glaskolben trifft ein feiner Elektronenstrahl auf eine polykristalline Graphitfolie.
Ergebnis: Auf der mit einer fluoreszierenden Schicht versehenen Kolbenrückwand erscheinen zwei konzentrische Ringe.

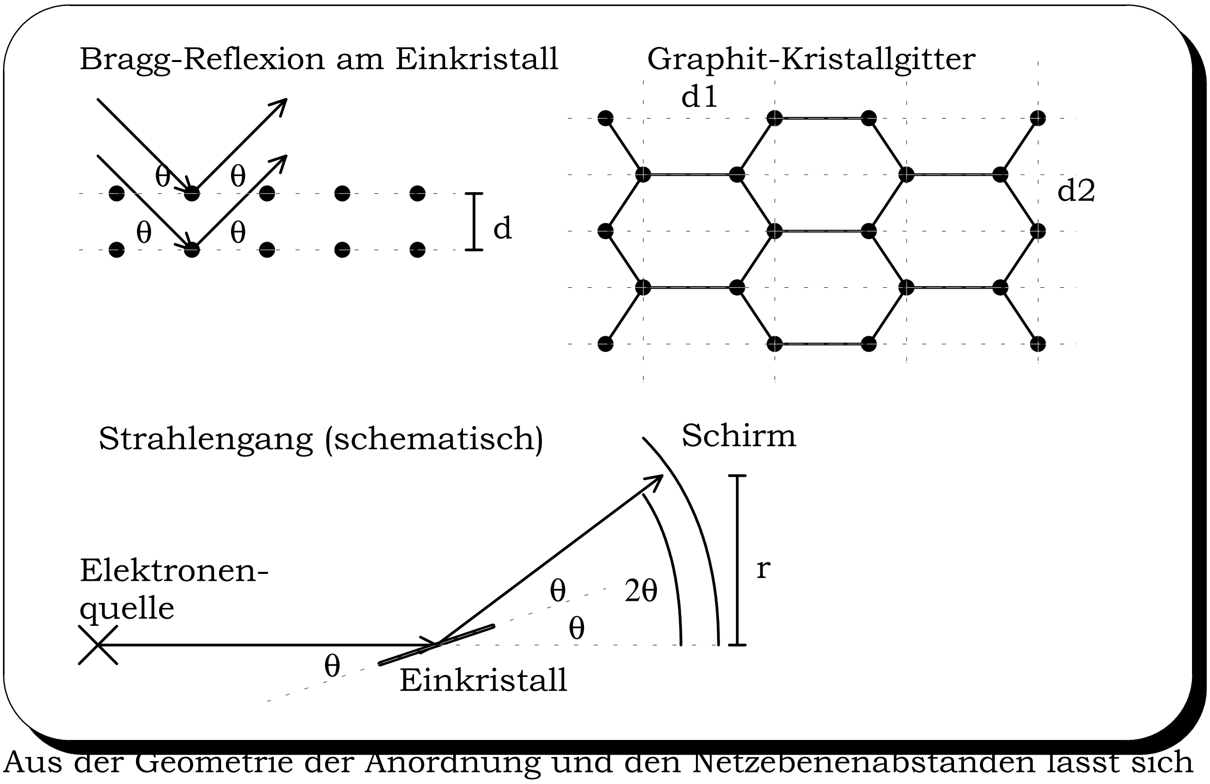
Erklärung: Offenbar werden die Elektronen an den Netzebenen der regellos liegenden Minikristalle gebeugt. Für diese sog. Bragg-Reflexion gilt der Zusammenhang

$k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin\theta$

zwischen Wellenlänge λ und Glanzwinkel θ (Im Zusammenhang mit der Bestimmung der Wellenlänge der Röntgenstrahlung wurde diese Gleichung ausführlich hergeleitet und diskutiert.).

Unter den regellos angeordneten Minikristallen finden sich sicher solche, die unter dem Glanzwinkel θ gegen den einfallenden Strahl liegen und zu einem Interferenzmaximum führen. Andererseits liegen die Netzebenen dieser Minikristalle nicht in einer Ebene; dies führt dazu, dass für die Interferenzmaxima keine Punkte, sondern Kreise entstehen. Außerdem lässt sich leicht zeigen, dass die beiden verschiedenen Kreise nicht durch die verschiedenen Ordnungen der Beugung an einer Netzebene, sondern durch die Beugung gleicher Ordnung an verschiedenen Netzebenen entstehen.

Skizzen:



Aus der Geometrie der Anordnung und den Netzebenenabständen lässt sich die Wellenlänge leicht berechnen und mit der theoretischen Wellenlänge nach de Broglie vergleichen: Aus der Geometrie ergibt sich für den Ablenkwinkel

$\tan(2 \cdot \theta) = \frac{r}{l}$.

Für kleine Winkel θ gilt die Näherung

$\tan(2 \cdot \theta) \approx \sin(2 \cdot \theta) \approx 2 \cdot \sin\theta \approx \frac{r}{l}$.

Mit dieser Näherung gilt für die Glanzwinkel

$k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin\theta = d \cdot 2 \cdot \sin\theta = d \cdot \frac{r}{l}$.

In 1. Ordnung folgt daraus für die Wellenlänge

$\lambda = \frac{d \cdot r}{l}$.

Die Berechnung der Wellenlänge ist leicht möglich, wenn die Beschleunigungsspannung U nicht zu hoch ist (sonst relativistische Korrektur!):
$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}$.
Für die Wellenlänge λ folgt daraus
$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot m \cdot U}}$
und zeigt eine große Übereinstimmung mit dem experimentell ermittelten Wert.

Zusammenfassung: Aus Korpuskeln bestehende Strahlen (Elektronen, Protonen usw.) zeigen bei gewissen Experimenten ein Verhalten, das nur mit Hilfe des Wellenmodells beschrieben werden kann. Für diese Wellen (de-Broglie-Wellen) gilt die Gleichung $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$.

Unabhängigkeit der Elementarladung von der Geschwindigkeit

Von Elektronen, die durch die Spannung U beschleunigt wurden, kann man durch einen Interferenzversuch die zugehörige Materiewellenlänge messen und daraus der Impuls berechnen:
$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda}$.

Lässt man Elektronen, die durch die gleiche Spannung U beschleunigt wurden, also den gleichen Impuls besitzen, geeignet in ein Magnetfeld eintreten, so beschreiben sie dort eine Kreisbahn mit dem Radius r. Dabei gilt
$e \cdot B \cdot v = \frac{m \cdot v^2}{r} \Leftrightarrow e \cdot B = \frac{m \cdot v}{r} \Leftrightarrow e = \frac{p}{B \cdot r}$.

Kombiniert man die Messgröße λ mit den Messgrößen r und B, so lässt sich die Ladung des bewegten Elektrons in Abhängigkeit von λ, B und r berechnen:
$e = \frac{h}{\lambda \cdot B \cdot r}$
für <u>eine</u> Beschleunigungsspannung U bei beiden Versuchen.

Variiert man die Beschleunigungsspannung U in beiden Versuchen, so ergibt sich für e jeweils ein unveränderter Wert.

Zusammenfassung: Die Ladung q ist von der Geschwindigkeit des Ladungsträgers unabhängig.